بحوث العمليات في

المحاسبة

الأستاذ الدكتور
محمد الفاتح المغربي



بحوث العمليات في المحاسبة

بسم اللـه الرحمن الرحيم

قال تعالى:

(الَّـذِينَ يَـصِلُونَ مَا أَمَـرَ اللــه بِـهِ أَنْ يُوصَـلَ وَيَخْـشَوْنَ رَبَّهُـمْ وَيَخَافُونَ سُوءَ الْحِسَابِ)

صدق اللـه العظيم

سورة الرعد الآية (21)

بحوث العمليات في

المحاسبة

الأستاذ الدكتور

محمد الفاتح محمود بشير المغربي

أستاذ إدارة الأعمال - كلية العلوم الإدارية

جامعة القرآن الكريم والعلوم الإسلامية – السودان

2018م



الأكاديمية الحديثة للكتاب الجامعي

الكتاب : بحوث العمليات في المحاسبة

المؤلف : الدكتور محمد الفاتح محمود بشير المغربي

رقم الطبعة : الأولى

تاريخ الإصدار : 2018 م

حقوق الطبع : محفوظة للناشر

الناشر : الأكاديمية الحديثة للكتاب الجامعى

العنوان : 82 شارع وادى النيل المهندسين ، القاهرة ، مصر

تلفاكس : 561 33034 (00202) 0122/1734593

البريد الإليكترونى: m.academyfub@yahoo.com

رقم الإيداع: 7469 / 2017

الترقيم الدولي: 6 - 001 – 831 – 977 – 978

تحذير :

حقوق النشر: لا يجوز نشر أى جزء من هذا الكتاب أو اختزان مادته بطريقة الاسترجاع أو نقله على أى نحو أو بأية طريقة سواء أكانت اليكترونية أو ميكانيكية أو خلاف ذلك إلا بموافقة الناشر على هذا كتابةً ومقدماً.

المقدمة

الحمد لله الواحد الأحد، الفرد الصمد، الذي لم يلد ولم يولد، ولم يكن له كفوًا أحد، وصلاة اللـه وسلامه على سيدنا محمد؛ مفتاح الرحمة وعين النعمة، وعلى آله وصحبه وسلم .. وبعد.

نضع بين أيديكم هـذا الكتـاب "بحـوث العمليـات في المحاسـبة"، ويـستند مـنهج بحـوث العمليات إلى الطريقة العلمية لدراسة المشكلات، وإيجاد الحلول المناسبة لها، وتعتمد الطريقة على الملاحظة العلمية والقياس وتحديد المتغيرات، وكذلك بناء النماذج التي تمثل الظاهرة التي تجـري دراسـتها، واسـتخدامها في دراسـة الحلـول البديلـة وتقويمهـا، كـما تقـوم عـلى تكـوين الفرضـيات واختيارهـا، وبالتـالي التوصـل إلى تفـسير الظـاهرة قيـد الـدرس، وتـستخدم بحـوث العمليات هذه الطريقة كأداة للبحث؛ نظرًا لأهميتها في الوصول إلى تحديـد صـحيح للمـشكلة أو العملية قيد البحث، وما تقدمه كذلك من أدوات علمية للكـشف عـن المتغـيرات المختلفـة، وتحديد آثارها وإنتاجها.

وإن جـوهر وظيفـة المـدير تتمثـل في اتخـاذ القـرارات الرشـيدة، إلا أنـه مـع كـبر حجـم المنظمات، وتعقد تنظيماتها التي يجـب أخـدها في الحـسبان عنـد اتخـاذ القـرار، بالإضـافة إلى اتساع إيقاع التغيير من كافة المتغيرات - تطلبت عملية اتخاذ القرارات أساليب عمليـة، يمكنهـا أن تتعامل مع مثل هذه البيئة المعقدة المتشعبة.

إن أسـاليب بحـوث العلميـات تمثـل للمـدير المحـترف الرؤيـة المتعمقـة والمـنهج العلمـي للتعامل مع المشكلات التي يواجهها، واتخاذ القرارات الرشيدة لحلها.

ترجع بحوث العمليات إلى الحرب العالمية الثانية؛ حيث قامت وزارة الـدفاع البريطانيـة - قبل هذه الحرب مباشرة -بتكوين فريق من العلماء؛ لدراسة المشاكل الإسـتراتيجية والتكتيكيـة المتعلقـة بالعمليـات العـسكرية؛ بهـدف الاسـتفادة الأكـثر فعاليـة مـن المـوارد العـسكرية "المعـدات العـسكرية" المحـدودة في ذلـك الوقـت، باسـتخدام الأسـاليب الكميـة، ولقـد ساعدت الأبحاث التي تمت خلال العمليات الحربية في هذه الحرب إلى التوصل إلى الكثـير مـن

الأساليب الرياضية الجديدة، التي تساعد في اتخاذ القرارات، وحل المشكلات الإنتاجية المختلفة، ولقد كان ذلك بمثابة نقطة البداية لظهور ما يعرف حاليًا ببحوث العمليات.

ونظرًا لأهمية أساليب بحوث العمليات في حل العديد من المشاكل التي تواجه منشآت الأعمال، فإنه يتعين على المحاسب أن يلم - إلمامًا كافيًا - بهذه الأساليب، وكيفية تطبيقها، والاستفادة منها في تحليل البيانات المحاسبية، وتقديمها للإدارة بالشكل الذي يساعدها في ترشيد القرارات الإدارية المختلفة، ومن هذا المنطلق يقدم هذا الكتاب شرحًا مبسطًا لبعض أساليب بحوث العمليات، بطريقة تمكن الطالب من فهم كل أسلوب، ومعرفة كيفية استخدامه.

يحتوي هذا الكتاب على سبعة فصول؛ تناول الفصل الأول نشأة بحوث العمليات وتطورها، أما الفصل الثاني فتناول البرمجة الخطية، وتناولنا في الفصل الثالث المسار الحرج، أما الفصل الرابع فتحدث عن أسلوب مراجعة وتقييم البرامج – بيرت، أما الفصل الخامس فتناول نماذج النقل، وتناول الفصل السادس خطوط الانتظار، وأخيرًا تحدث الفصل السابع عن نماذج المخزون.

وفي الختام، فإننا نضع بين أيدي طلبتنا الأعزاء هذا الجهد المتواضع، والذي يمثل محاولة بسيطة من قبلنا للإسهام في تزويد المكتبة العربية بكتاب في ميادين الإدارة.

سائلين الله التوفيق والسداد للجميع،،،

المؤلف

الفصل الأول

نشأة بحوث العمليات وتطورها

بحوث العمليات هي المنهج العلمي لاتخاذ القرارات المتعلقة بالعمليات؛ حيث إن الإضافة الرئيسة لبحوث العمليات، هي استحداثها لنماذج مساعدة لاتخاذ القرارات في الإدارة والمحاسبة.

نشأة بحوث العمليات وتطورها:

وقد نشأت بحوث العمليات عام 1938م في بريطانيا، وكانت مرتبطة بتطوير وزيادة فاعلية محطات الرادار [1]؛ فقد كان على بريطانيا – وهي تتوقع هجوم ألمانيا الجوي عليها -أن تجد وسيلة للإنذار المبكر، يتيح لمقاتلاتها فترة كافية للطيران والاشتباك مع طائرات العدو قبل وصولها للعمق الإستراتيجي، وهكذا بدأت مجموعة من العلماء بقيادة رويدت واطسون عام 1935 في تكثيف الجهد لاختراع هذه الوسيلة، التي أُطلق عليها فيما بعد الرادار. ولكنه لوحظ بعد إنشاء محطات الرادار، وإجراء التجارب الميدانية أن المعلومات المستقاة من المحطات المختلفة، تكون غير واضحة، وأحيانًا متعارضة، ولذلك تطلب الأمر تكوين مجموعة عمل لبحث عملية الإنذار باستخدام الرادار، شاملة تحليل البيانات من أفراد التشغيل، وعلاقة ذلك بتوجيه المقاتلات نحو العدو غير المنظور.

وأنشأ لهذا الغرض قسم بحوث العمليات في القوات الجوية الملكية، تحت إشراف ويليامز عام 1938م، وخلال هذه السنوات التالية اتضحت أهمية الدراسات التي قام بها هذا القسم في زيادة وفاعلية تطوير الرادار، كما قدم تحليلات علمية مهمة في دراسة معدل استنزاف المقاتلات، وكان وراء قرار تشرشل في سحب أسراب الطيران من فرنسا.

وبالرغم من ظهور بحوث العمليات حديثًا مع بداية الحرب العالمية الثانية -كما سبق إيضاحه -إلا أن لها جذور قديمة تسبق الحرب العالمية الثانية بكثير؛ حيث إنه قدر الاقتصاديون قويزني Quesnay عام 1759م وأيضًا وارلز Warles عام 1874م، والنماذج الأولية للبرمجة الرياضية، ثم اقترح فان نيومان Van Neumann عام 1937م وكانتور فيتش عام 1939م بعض النماذج الاقتصادية المعقدة.

كذلك فإن أساسيات النماذج الخطية قدمها جوردن عام 1873م، ومنكوسكس عام 1896م، وفاركس عام 1903م، كما قدم ماركوف دراسات مبدئية عن النماذج الديناميكية، ولقد تضمنت الدوريات التي صدرت في مجالات الهندسة الصناعية التجارية خلال الفترة من 1920 حتى 1929 اقتراحات وآراء مبتكرة في مجال تحقيق الرقابة الاقتصادية على المخزون. ويرجع الفضل إلى أرالانج، الذي أعد دراسات رائعة في مجال خطوط الانتظار، وذلك خلال الفترة من عام 1878م وحتى 1929م.

وقد ظهرت بحوث العمليات في الولايات المتحدة في أواخر عام 1940م في دراسة الألغام المغناطيسية الألمانية، وشل حركتها بمعادلة مغناطيسية السفن واستحداث ألغام أخرى متطورة؛ حيث اتضح للمشتغلين في هذه العملية، أنه يمكن تطوير العملية والتنبؤ بفاعلية ونتائج نظام التلغيم باستخدام النظريات الرياضية والإحصاء، وقد أفادت الدراسات البحرية الأمريكية في اختيار نوعية وطريقة نشر الألغام بالقاذفات (ب -29) في مياه الجزر اليابانية، وقد أدى ذلك إلى شل البحرية اليابانية تمامًا، وقطع الإمدادات عنها في منتصف عام 1945م. ويعتقد الكثير من الدارسين العسكريين أن هذا العمل كان النصر الحقيقي لحرب الباسفيك، حتى قبل إسقاط القنابل الذرية على هيروشيما ونجازاكي.

وقد تم تشكيل فرق بحوث عمليات في بريطانيا، ثم الولايات المتحدة بعد ذلك؛ نتيجة الحصول على نتائج مشجعة في بريطانيا، وهي إجراء بحوث على العمليات العسكرية، وذلك من خلال استخدام الأسلوب العلمي، والدراسات المتكاملة التي يقوم بها أفراد الفريق؛ للوصول إلى أحسن استخدام للموارد المحدودة.

ولقد حققت فرق بحوث العمليات نتائج ناجحة؛ حيث كانت الدراسات التي قامت بها وسيلة لتحقيق الانتصارات في معركة بريطانيا الجوية ومعركة شمال الأطلنطي وغزوة الجزيرة في المحيط الهادي. ومن أوجه النجاح الأخرى التي حققتها فرق بحوث العمليات في الحرب العالمية الثانية، سياسات نشر الرادار، ومراقبة ميزان مضادات الطائرات المهاجمة، واكتشاف

غواصات العدو، وربما يرجع نجاح فرق بحوث العمليات في ذلك الوقت إلى تشكيل تلك الفرق من أفراد موهوبين، بالإضافة إلى ضغوط فترة الحرب، واستخدام أساليب مختلفة [1]، وبعد الحرب اتجه كثير من العاملين الذين كانوا يعملون في فرق بحوث العمليات -والتي كانت مهتمة أساسًا بالنواحي العسكرية -إلى استتخدام أساليب بحوث العمليات في الأغراض المدنية.

حيث عاد بعضهم إلى الجامعات، وركزوا جهودهم من أجل تأصيل الأساليب التي سبق اكتشافها، في حين ركز البعض الآخر على اكتشاف أساليب جديدة، وركز آخرون على تطبيق أساليب بحوث العمليات في قطاعات ومجالات اقتصادية مختلفة.

ولقد تأسست جمعية بحوث العمليات الأمريكية في عام 1952م Operations Research Society Of America)O R S A(؛ من أجل تنظيم وعلاج المشكلات التي تواجه العلماء والباحثين في مجال بحوث العمليات، كما تأسس معهد علوم الإدارة في عام 1943 The Institute if management scinces(TIMS). ولقد نظمت تلك الجهتين (الجمعية والمعهد) العديد من المؤتمرات العلمية لأعضائها، بالإضافة إلى إصدار مجلة بحوث العمليات Operations Reswarch.

علم الإدارة Management Science:

ولقد ساعد على تطوير بحوث العمليات وانتشارها واتساع تطبيقها الرواج الاقتصادي الذي أعقب الحرب العالمية الثانية، وما صاحب ذلك من الاتساع في استخدام الميكنة والوسائل الآلية، وتقسيم العمل، وتفويض السلطة.

ولقد أدى ذلك إلى ظهور الكثير من المشكلات الإدارية المعقدة؛ مما دفع بعض العلماء والباحثين إلى دراسة تلك المشكلات، وإيجاد أفضل الحلول لها، باستخدام أساليب بحوث العمليات. كذلك أدى أيضًا التطور السريع في الحاسبات الإلكترونية إلى تطوير بحوث العمليات وانتشارها، واتساع تطبيقها؛ حيث ساعد الحاسب الإلكتروني عالم بحوث العمليات، في أداء العمليات الحسابية المعقدة والمتشابكة في وقت قصير جدًا، وبأقل مجهود؛

نتيجة للطاقة الحسابية الكبيرة للحاسب الإلكتروني، وقدرته التخزينية للمعلومات واسترجاعها، ويرجع إلى الحاسب الإلكتروني وتطوره الفضل في إيجاد طرق نمطية لحل الكثير من المشكلات التي نواجهها اليوم؛ كذلك فقد ساعد على انتشار بحوث العمليات واستمرار كثير من الباحثين في بحوثهم بعد الحرب، ولقد أدى ذلك إلى ابتكار الكثير من أساليب بحوث العمليات؛ حيث ابتكر جورج دانترج طريقة السميلكس لحل البرمجة الخطية عام 1947م؛ نتيجة استمراره في البحث. كما أن الكثير من نماذج بحوث العمليات -مثل البرمجة الديناميكية وصفوف الانتظار وأساليب المخزون-قد عرفت جديًّا عام 1950م.

وبالرغم من ذلك، فإن علماء بحوث العمليات يجمعون على أن أهم الموضوعات في بحوث العمليات -وهو "العملية" -لم يتم دراسته بالعمق الكافي، الذي يؤدي إلى استخلاص مبادئ مبسطة وعامة، تفيد في تحليل وتركيب العمليات المعقدة[1]، كما هو الحال في علوم الميكانيكا والفيزياء وأن لتحقيق مستقبل أفضل لبحوث العمليات من الناحية الأكاديمية والتطبيقية، يتطلب الأمر توجيه الجهد لدراسة "العملية" وفك غموضها.

وتعتمد بحوث العمليات على قدرة المحلل على ترجمة المسألة القرارية إلى شكل "عادة نموذج رياضي"، يمكن استخدامه لمقارنة البدائل المختلفة، والمفاضلة بينها، واختبار مدى تحقيقها للأهداف الموضوعة.

وخلال الخبرات الطويلة المستقاة من الدراسة التطبيقية، استقر الرأي أن الأسلوب التالي هو أكثر الأساليب فاعلية في استخدام بحوث العمليات واتخاذ القرارات[2].

1-تميز المشكلة.

2-تحديد المشكلة وتعريفها.

3-خلق بدائل ما قبل الحل.

4-صياغة المسألة وتحليلها.

5-جمع البيانات -أو توليدها.

6-استحداث النماذج.

7-استحداث برامج الحاسب الآلي وتنفيذها.

8-تقييم البدائل وتحليل الحساسية واختبار المخاطرة.

9-تحليل النتائج وتفسيرها.

10-تركيب وتصميم واختراع بدائل ما بعد الحل.

11-استحداث التوصيات.

12-تطبيق.

حيث إن صياغة المسألة، واستحداث النماذج، تعتبر من أهم مراحل استخدام بحوث العمليات في اتخاذ القرارات؛ لذلك فمن الضروري تقييم هذا النموذج، والتأكد من:

أ- صدق النموذج.

ب-صلاحية النموذج.

والمقصود بصدق النموذج أو صحته، هو التأكد من صحة جميع البيانات وتوثيقها، وصحة طرية الحل وبرامج الحاسب الآلي المستخدمة، وسلامتها وخلوها من الأخطاء.

بينما صلاحية النموذج تشمل:

أ-الصلاحية الفنية:

التأكد من صلاحية النموذج من حيث الافتراضات والمعلومات والمنطق والمصادر، ومطابقته للواقع العملي، وصحة العلاقات الرياضية والمنطقية، وقد عرفت جمعية بحوث العمليات الإنجليزية بأنها[1]: تطبيق الطرق العلمية على حل المشاكل المعقدة، التي تنشأ عند توجيه وإدارة النظم الكبيرة؛ من القوى البشرية والآلية والخامات والأموال في الصناعة ومشروعات الأعمال الحكومية والدفاع. والمدخل الأساسي هو إعداد نموذج علمي للنظام، يتضمن مقاييس موحدة للعوامل، مثل الصدفة والخطر، والتي يمكن عن طريقه مقارنة نتائج القرارات البديلة والإستراتيجيات أو الرقابة؛ وذلك بهدف مساعدة الإدارة في تحديد سياساتها وإجراءاتها علميًّا.

أما جمعية بحوث العمليات الأمريكية، فقد عرفت بحوث العمليات بأنها: هي التي تهتم بالتحديد العلمي لكيفية الحصول على أحسن تصميم وتشغيل

للنظم البشرية الآلية، تكون عادة في ظل الظروف التي تتطلب تخصيص الموارد المحدودة.

ويتضح من التعريفين السابقين أنهما يركزان على الآتي:

1-أن بحوث العمليات تستخدم الطريقة العلمية كأساس ومنهج في البحث والدراسة.

2-أن جوهر بحوث العمليات هو بناء النماذج والاعتماد عليها.

3-أن الهدف من بحوث العمليات هو المساعدة في اتخاذ القرارات الإدارية.

بحوث العمليات والطريقة العلمية:

يلاحظ أن بحوث العمليات يمكن القول أنها "بحوث على العمليات"؛ فهي تعني رؤية خاصة للعمليات، والأهم من ذلك فهي تتضمن نظرة خاصة للعمليات، ونوعًا خاصًّا من البحوث؛ حيث إنه ينظر إلى العمليات بشكل متكامل، فلا تقتصر النظرة على المعدات المستخدمة في المشكلة قيد البحث، أو الخصائص الطبيعية للمخرجات، بل تكون نظرة إلى العمليات، كعملية اقتصادية، تخضع للتحليل، وذلك من خلال الطريقة العلمية.

والطريقة العلمية تهدف إلى ترشيد الأشياء والظواهر، من خلال التعرف على النظام أو التركيب الذي يفسر الشيء أو الظاهرة ومسببات حدوثها، كما أن الطريقة العلمية تتضمن عدة مراحل، تبدأ بتحليل المشكلة والبيئة المحيطة والفروض والأهداف والمؤثرات والمقاييس، وتتضمن مرحلة البحث: البحث عن البيانات الملائمة للمشكلة موضوع البحث، والمتغيرات المتعلقة بالمشكلة، والعلاقة بين المتغيرات والبدائل المتاحة. وبالطبع فإن عملية البحث لها تكاليفها ومنافعها، ويجب أن تزيد -أو على الأقل تتعادل -المنافع على التكاليف. وتشمل مرحلة الشرح تكوين النموذج الملائم لحل المشكلة، وتحديد الأسلوب الذي سيستخدم في حل المشكلة، واختبار حساسية الحل للتغيرات في البيانات التي أعد على أساسها النموذج. وبعد الوصول إلى حل المشكلة، يتم تحليل النتائج وتفسيرها ودراسة آثار العوامل التي يتضمنها النموذج الذي أعد لحل المشكلة، وإلى أي مدى تختلف النتائج إذا ما أخذنا تلك العوامل في الاعتبار، وتنتهي مرحلة التحليل والتفسير باختيار أفضل بديل

"أو بدائل" لحل المشكلة. وتختبر النتائج والحلول التي استقر عليها الأمر، عن طريق تحديد مدى قدرة النتيجة أو الحل الذي تم الوصول إليه على وصف حقائق الموقف بوضوح، وتفسير النتائج الماضية، وقد تؤدي عملية اختيار النتائج إلى إعادة النظر في المشكلة من جديد، إذا لم يكن الحل الذي تم الوصول إليه مرضيًا.

بحوث العمليات وبناء النماذج:

تعتبر عملية بناء النماذج هي الهدف الأول لبحوث العمليات، والنموذج هو "تمثيل مبسط لشيء ما حقيقي، قد يكون ظواهر معينة، أو نظامًا فرعيًا، وهو تجريد للواقع الحقيقي المحيط بها"[1]. فالنموذج -لأنه تمثيل مبسط للواقع الحقيقي فهو -أقل تعقيدًا وتركيبًا من هذا الواقع، وهو يسمح للعالم بمواصلة تجاربه بطريقة بديلة؛ إذ إنه يستطيع أن يغير -بطريقة منظمة -بعض عناصر النظام، ويبقي بعض العناصر الأخرى كما هي، ويستطيع أن يحدد كيف سيتأثر النظام في مجموعه لو حدث أي تغيير فعلي في هذا الواقع. بمعنى أن العالم يستطيع -عن طريق النموذج -محاكاة الواقع الحقيقي وتجربته في صورة مجردة.

وتتم عملية بناء النموذج خلال المراحل التالية:

المرحلة الأولى: تجريد الواقع أو محاكته:

ويتم هذا التجريد عن طريق تكوين فروض توضح العلاقات والارتباطات المنطقية -سواء أكانت كمية أو وصفية -بين عناصر الواقع. وهذه المرحلة تستلزم اتخاذ مجموعة من القرارات التي يجب أن تنسق فيما بينها وهي:

1-ما هي العناصر الأساسية الخاصة بالواقع التي يجب إدخالها في النموذج.

2-ما هي العناصر التي يمكن تجاهلها واستبعادها من النموذج.

3-ما هي الفروض التي يجب وضعها، وتحكم العلاقات والارتباطات بين العناصر.

4-في أي صورة أو شكل يمكن صياغة النموذج.

من الواضح أن اختيار بعض العناصر الأساسية المميزة للواقع، واستبعاد بعض العناصر الأخرى غير الجوهرية، مسألة تستلزم نوعًا من المهارة والقدرة على التوقع؛ لأن الباحثين المختلفين قد ينظرون إلى الواقع نفسه، ولكن يخرجون بنماذج مختلفة كليًا، وإذا ما تم الاتفاق والتنسيق بين القرارات السابقة وأمكن تحديد المشكلة وتكوينها، فإن أكثر الخطوات العلمية في بناء النماذج قد بدأت.

المرحلة الثانية: الاستدلال أو الاستنباط:

أي استخدام الأساليب المختلفه لحل النموذج، واستخراج النتائج منه، وتتوقف هذه الأساليب على طبيعة النموذج وشكله وطريقة صياغته، فقد تكون حل المعادلات، أو تشغيل برامج الحاسب الإلكتروني، أو عمليات رياضية ومنطقية متتابعة، وكل ما هو ضروري لحل النموذج.

المرحلة الثالثة: تفسير نتائج النموذج:

ولتفسير نتائج النموذج يستلزم الأخذ في الاعتبار الخطوات التالية:

1-ترجمة ونقل نتائج النموذج إلى الواقع، مع العلم والمعرفة التامة بكل الاختلافات أو التناقضات بين الواقع والنموذج الذي يمثله، ومحاولة تضييق أي اختلافات بينهما.

2-مراجعة الفروض التي بني عليها النموذج منذ البداية؛ فعناصر الواقع التي تكون قد استبعدت عند بناء النموذج -لأنها غير جوهرية -قد تكون ذات أهمية الآن.

3-التأكد من عدم إغفال أي عناصر جوهرية عند تكوين فروض النموذج.

إن أهم ما يوضحه الإطار السابق لبناء النموذج، هو كيفية الربط بين النموذج والنظام الحقيقي، ويعتبر هذا الربط هو المعوض عن الاتجاه المباشر بين النظام الحقيقي ونتائجه الحقيقية المتوقعة منه.

خطوات بناء نماذج في بحوث العمليات:

تمر عمليات النماذج في بحوث العمليات بالخطوات الآتية:

1-تكوين وتركيب المشكلة:

حيث يجب تحديد المشكلة محل البحث تحديدًا دقيقًا واضحًا؛ حيث إنه من غير المعقول التوصل إلى إجابة صحيحة عن مشكلة تحددت تحديدًا خاطئًا. وتحديد أو تكوين المشكلة معناه تشخيصها، والتعرف على أسبابها وعناصرها المختلفة، والعلاقات والارتباطات بين هذه العناصر. ويتحقق ذلك بتحديد النقاط التالية:

أ- ما هي أهداف صانع القرار؟

ب-ما هي البدائل المختلفة لتحقيق هذه الأهداف؟

ج-ما هي العناصر المشكلة التي تخضع لرقابة صانع القرار؟ أي ما هي المتغيرات المراقبة؟

د-ما مدى رقابة هذه المتغيرات؟ بمعنى ما هي القيود المفروضة؟

هـ-ما هي المتغيرات الأخرى غير المراقبة؟

ويلاحظ أنه عند تحديد أهداف المشكلة، فإنه يجب مراجعة هذه الأهداف بصورة مستمرة خلال مدة البحث كما أنه -عند تحليل النظام-يجب وضع حدود للتحليل، ووضع هذه الحدود مسألة تخضع للحكم الشخصي لخبراء بحوث العمليات، ولكن المهم هو عدم إغفال أي عناصر جوهرية تتعلق بالمشكلة.

2-بناء هيكل النموذج:

بعد تحديد وتكوين المشكلة، فإن الخطوة التالية هي التفصيل الدقيق لهذه المشكلة، والتقرير عن المدخلات الصحيحة للبيانات، والتصميم المناسب للمخرجات، وتحديد كل العناصر، وتمثيل كل العلاقات المتداخلة بين هذه العناصر في صورة من المعادلات والمتباينات، وهما:

أ-القيود المفروضة على تحقيق هذا الهدف:

وتتضمن معدلات الهدف والقيود كل المتغيرات المراقبة والمتغيرات غير المراقبة. بالإضافة إلى ذلك، فإنه تلزم الحاجة إلى معادلة أو عدد من المعادلات

أو المتباينات؛ لأن بعض أو كل المتغيرات المراقبة لا يمكن تحديدها إلا في ضوء حدود أو قيود معينة. والنموذج باحتوائه على معادلات الهدف والقيود يعتبر بمثابة نموذج للقرار.

3-استخراج الحل من النموذج:

بعد أن يتحدد هيكل النموذج الرياضي ويتم بناؤه، فإن الخطوة التالية هي التوصل إلى حل المشكلة من النموذج، أي تحديد الحل الأمثل للنموذج، وتطبيق هذا الحل على المشكلة الحقيقية.

ويتم التوصل إلى الحل عن طريق إيجاد -بالتحديد أو التقريب -القيم المثلى لمتغيرات المراقبة في ضوء القيم المحددة للمتغيرات غير المراقبة، والتي تعظم الهدف.

ويمكن استخراج الحل من النموذج؛ إما بالطرق الاستنباطية أو بالطرق الاستقرائية. وأيًّا كان الإجراء المستهدم في حل النموذج، فإن ما نبحث عنه في الحل الأمثل أو الحل الذي يقترب من الأمثل، أي الحل الذي يعظم أو يخفض -إلى أدنى حد -مقاييس الأداء في النموذج.

4-اختبار النموذج والحل:

قبل أن يوضع الحل المستخرج من النموذج موضع التنفيذ، فإنه يجب أولا اختبار النموذج ذاته، واختبار الحل المستخرج منه أيضًا. ويعني اختبار النموذج، التأكد من أنه في صورته المتكاملة يمثل النظام الذي أعد من أجله. وإذا فشل نموذج في تحقيق ذلك فلابد من معرفة الأسباب وتصحيحها، وقد ترجع هذه الأسباب إلى:

أ- قد يكون النموذج متضمنًا متغيرات غير ضرورية أو غير ملائمة يجب استبعادها.

ب-قد تكون قيمة واحدة أو أكثر من المتغيرات تحددت بصورة غير سليمة، ويجب تصحيحها.

ج-قد يكون استبعدت بعض المتغيرات الضرورية، ويجب إدراجها في النموذج.

د-قد يكون هناك خطأ في هيكل النموذج، أي في نوع العلاقة الدالية التي تربط الهدف بالمتغيرات المراقبة والمتغيرات غير المراقبة؛ حيث يجب التأكد من نوع هذه العلاقة.

أما اختيار الحل المستخرج من النموذج، فيعني اختبار صلاحية النموذج، أي التحقق من صحة المعلومات التي يوفرها، وإمكانية الاعتماد عليها في اتخاذ القرارات.

5-تنفيذ الحل:

بعد التأكد من صحة النموذج وصحة الجدوى العملية للحل المستخرج منه، فإن الخطوة التالية هي وضع هذا الحل موضع التنفيذ والتطبيق، أي تفسير الحل للإدارة المسئولة، وترجمته في صورة إجراءات عمل يسهل فهمها وتنفيذها. وتتحدد إمكانية النموذج في ضوء مساندة وتأييد الإدارة، بتطبيق مبدأ المشاركة والالتزام، أي مشاركة كافة المستويات الإدارية بجهودهم وقدراتهم في كل جوانب دراسة بحوث العمليات؛ لوضع الحل موضع التنفيذ.

6-رقابة النموذج والحل:

إن القاعدة الأساسية السارية هي أن يظل النموذج صحيحًا، طالما أن الفروض الأساسية التي بني عليها لم تتغير. كما أن الحل المستخرج منه يظل صحيحًا طالما يحقق النتائج التي وضع من أجلها النموذج.

ولكن عندما يمتد تطبيق النموذج وتنفيذ الحل المستخرج منه على مدى فترات طويلة من الزمن، فإنه من المحتمل أن تتغير الظروف التي بني على أساسها. وقد تؤثر هذه التغيرات -بصورة جوهرية -على طبيعة المشكلة، وعلى النموذج المعد لحلها، وعلى مدى كفاءة الحل المستخرج منه.

أما الرقابة على الحل، فهي تنبع أساسًا من مدى مساهمته في تحقيق الأهداف المرجوة منه، وتأخذ هذه الأهداف أحد المظهرين التاليين:

أ-تحسين في طرق الأداء التي كانت تتم في الماضي، ووضع الحل من أجلها.

ب-تحسين في مستوى هذا الأداء.

والرقابة على الحل يجب أن تتضمن اختيارات دورية؛ لتحديد ما إذا كان يتفق الأداء الفعلي للحل مع هذه الأهداف ويحققها، أي أن الرقابة على

النموذج والحل المستخرج منه، تتضمن نوعين من الرقابة: الرقابة على أخطاء التنبؤ؛ لإجراء التعديلات اللازمة على النموذج وتصحيحه تصحيحًا سليمًا، والرقابة على الأداء الفعلي، عن طريق مقارنة هذا الأداء بالأداء المتنبأ به من النموذج.

المبادئ الواجب مراعاتها عند إعداد النماذج:

تعتبر أهم المبادئ التي يجب أخذها في الاعتبار عند إعداد نماذج بحوث العمليات هي ما يلي:

1-في مرحلة صياغة النموذج وتركيبه:

أ- اختيار النموذج الرياضي المناسب للمشكلة قيد البحث.

ب-تبسيط النموذج الرياضي، وعدم تعقيده - قدر الإمكان.

ج-عدم استخدام نماذج رياضية معقدة لحل مشكلة يمكن حلها بنماذج مبسطة، وتحقق الغرض نفسه.

د-التأكد من عدم سقوط بيانات مهمة أو متغيرات جوهرية بالمشكلة عند تركيب النموذج الرياضي.

2-في مرحلة استخراج النتائج من النموذج الرياضي:

أ- ضرورة اختبار صلاحية نتائج النموذج قبل تنفيذه.

ب-يجب تفسير نتائج النموذج الرياضي في حدود ما صمم من أجله النموذج أي عدم التمسك بالحرفية التامة، ولكن يجب أن يتم تفسير النتائج من الفروض التي بني عليها النموذج في ضوء الهدف منه.

ح-لا يجب توجيه النموذج الرياضي لتحقيق هدف لم يكن يقصده أصلًا.

د-يجب عدم الاعتقاد بأن النماذج الرياضية لبحوث العمليات تحل محل متخذي القرارات؛ فعنصر التقدير الشخصي لمتخذي القرارات يوجد في أغلب مراحل إعداد النماذج الرياضية.

هـ-يجب مشاركة المستخدم النهائي لنتائج النماذج الرياضية في كافة مراحل إعداده وتنفيذه.

بحوث العمليات واتخاذ القرارات:

إن المفهوم الثالث والأخير لبحوث العمليات هو مساعدة صانع القرارات في معالجة المشاكل المركبة في العالم الحقيقي، عن طريق التأكيد على تحليل القرار وتحسين صنع هذا القرار. ويعتبر هذا المفهوم أساسيًّا وموحدًا في كل تطبيقات بحوث العمليات.

وتحليل القرار معناه تقسيم وتجزئة المشكلة كبيرة الحجم إلى أجزاء فرعية يسهل دراستها، وبعد أن يتم دراسة كل جزء فرعي بدقة وعناية، فإنه يتم تركيب وتأليف النتائج؛ لتعطي رؤية دقيقة للمشكلة الأصلية.

وتحسين صنع القرار معناه توجيه الاهتمام نحو عنصر أساسي في كل مشاكل بحوث العمليات، وهو البدائل المختلفة للأداء، التي يجب الاختيار فيما بينها، عن طريق دراسة وتحليل كل عملية دراسة علمية؛ بهدف إيضاح العلاقة بين بدائل الأداء المختلفة، وتحديد نتائج كل بديل، وتحديد مقاييس الأداء التي تعكس أهداف المشروع، وتكون بحوث العمليات بذلك أداة مساعدة للإدارة في صنع أفضل القرارات.

مزايا وحدود بحوث العمليات وأساليبها:

أولا: مزايا بحوث العمليات: لبحوث العمليات مزايا عديدة، منها:

1-إيجاد حلول لبعض مشاكل بعض الصناعات، التي لا تحل بكفاية باستخدام الخبرة القديمة في المواقف المتشابهة؛ نظرًا لوجود عدة بدائل، وعدم وجود معايير للمتغيرات المتعلقة بالمشكلة؛ ولذلك يصبح ضروريًّا وجود نموذج رياضي لتحليل نتائج البدائل، وتطبيق أساليب بحوث العمليات بمساعدة الحاسبات الإلكترونية.

2-تقدم بحوث العمليات -عادة -منهجًا لتحليل مشاكل طرق التخطيط واتخاذ القرارات المتعلقة بأكثر من وظيفة واحدة في آن واحد، وذلك باستخدام الوسائل الكمية التي تبعد عن دائرة حسن التقدير، وتقترب من دقة التحديد على أساس علمي سليم.

3-تقدم بحوث العمليات تفصيلًا كميًّا لتصحيح الأوضاع وحل المشاكل التي تتطلب دقة تحديد الهدف، وتحدد أحسن الحلول للعوامل المعنوية والبدائل في كثير من المشاكل.

4-تقدم بحوث العمليات أفضل الحلول في الأجل الطويل، وتبحث دراستها في تخطيط الإنتاج والقوى العاملة ومستويات المخزون من مجموعة من القوانين المتحركة التي تصلح لأجيال طويلة.

5-تساعد بحوث العمليات الإدارة في وزن النواحي المختلفة المتعلقة بالقرارات، وفي اندماج الأجزاء الكمية للتكاليف وعائدها باستخدام أساليب رياضية مختلفة. وقد كانت الإدارة تقوم دائمًا بهذه التقييمات باستخدام أساليب بسيطة ومقارنات ومناهج تقليدية، ولكن ساهمت بحوث العمليات في زيادة الدقة بطرق التقييم والتفصيل، وفي عرض هذه التقييمات بطريقة أفضل؛ لتمكين مستويات الإدارة المختلفة من استخدامها، وقد ساعدت الحاسبات الإلكترونية في الوقت نفسه في سرعة استخراج النتائج، وتوفير وقت الإدارة، وتخفيض التكلفة؛ إذ إن تكلفة استعمال الحاسب الإلكتروني لدقائق -مهما زادت -أقل بكثير من تكلفة عدة أفراد عاملين لمدة طويلة، وكذلك لزيادة قيمة النتائج والفوائد التي تعود على المشروع، وتحقيق إدارة أفضل.

6-تساعد بحوث العمليات المديرين، وتوجه نظرهم في النواحي الآتية:

أ- تحديد من له الدراية بالقرارات المتخذة.

ب-متى وكيف يتم الاتصال بين الأجهزة المختلفة؛ لتداول المعلومات الخاصة بالقرارات موضع الدراسة.

ج-تحديد ماذا يحتاج إليه كل مدير - على اختلاف مستوياتهم - للنظر إليه عند محاولة تحسين نتائج أعماله إلى أقصى حد.

حدود بحوث العمليات:

رغم المزايا العديدة التي تعود على الإدارة من بحوث العمليات، إلا أن هناك حدودًا لاستخدام بحوث العمليات في حل المشاكل، منها:

1-يجب معرفة أن بحوث العمليات -في كثير من الحالات – لا تستطيع تعريف مشكلة الإدارة، أو اتخاذ أي قرار إداري إلا بمساعدة المديرين في المستويات التنفيذية المختلفة بالمشكلة.

2-تحتاج بحوث العمليات إلى خبراء في الرياضة والإحصاء؛ ليستطيعوا التعمق في البحث الرياضي واستخدام أساليبه المختلفة في حل مشاكل الإدارة، كما يجب أن يكونوا في الوقت نفسه متفهمين لطبيعة الإدارة، وليس من السهل العثور على من يجمع بين الإلمام بالإدارة ومشاكلها، والتعمق في الرياضة ونظرياتها في الوقت نفسه، ويعتبر هذا العامل هو السبب الرئيس لنفور بعض المديرين من استخدام أساليب بحوث العمليات، والاكتفاء بالأساليب التقليدية البسيطة لحل مشاكلهم. ولكن يرد على ذلك أنه يكفي للمديرين تفهم مبادئ بحوث العمليات وتتبع خطواته، تاركين النواحي الفنية للخبراء المختصين، كما أن الأساليب التقليدية لن تكفي لحل المشاكل المعقدة التي تقابل الإدارة الحديثة في كثير من المشروعات الكبيرة.

3-يعتبر الحد الرئيس لاستخدام بحوث العمليات، ملاحظة أنه ليس كل عامل من عوامل الإدارة والمتغيرات المؤثرة في المشكلة قابلًا للتقييم المادي، وحتى إذا أمكن تقييمه، ربما يكون ذلك راجعًا للتقدير والحكم الشخصي، الذي يتوقف على أساسه نجاح حل المشكلة المقترح باستخدام بحوث العمليات، فإذا لم يكن أساس التحكيم الشخصي صحيحًا، كان كل شيء مبني عليه غير صحيح، ولن يأتي بأي فائدة للإدارة وما فائدة تطبيق أسلوب علمي على بيانات تقديرية بحتة؟!

4-تعقيد النظام الإداري الحديث للمشروعات الصناعية تزيد من المتغيرات، وتزيد من تداخلها، إلى أن تصبح النماذج الرياضية الممثلة لها في غاية من التعقيد، وزيادة على ذلك، فإن التغيرات السريعة التي تطرأ على الطرق الفنية والآلات، تدعو إلى تغيير هذه النماذج المعدة من آن لآخر؛ مما يزيد من تكاليف استخدام بحوث العمليات في اتخاذ القرارات الإدارية.

5-يجب مراعاة أن بحوث العمليات ووسائلها ما هي إلا وسيلة ولسيت غاية؛ حيث إن بحوث العمليات ليست علاجًا لمشاكل الإدارة، وإنما تقدم للإدارة أساليب علمية وطرقًا شاملة لمعالجة المشاكل التي تقابل الإدارة، مع اعتبار ظروف المشروع وعملياته المختلفة.

6-يجب مراعاة أن بحوث العمليات لها وظيفة استشارية فقط في المشروع، أما مسئولية اتخاذ القرارات وتوقيعها فتقع على عاتق الإدارة.

7-يجب مراعاة أن بحوث العمليات ليست مسئولة عن تحسين الأداء أو رفع الكفاءة في حالة وجود هيكل تنظيمي سيئ للمنشأة؛ حيث إن بحوث العمليات تتطلب تحديدًا واضحًا للسلطة والمسئولية على كافة المستويات الإدارية المختلفة.

8-لا يدخل في نطاق نماذج بحوث العمليات إلا ما يمكن التعبير عنه كميًّا، وبذلك نجد أن العوامل والآثار التي لا يمكن التعبير عنها كميًّا، تخرج عن نطاق ومجال بحوث العمليات.

علاقة بحوث العمليات بالعلوم الأخرى:

يرتبط علم بحوث العمليات بباقي العلوم الأخرى، ويتضح ذلك كالآتي:

من المعروف أن الوظائف الرئيسة للإدارة، تتمثل في التخطيط واتخاذ القرارات والرقابة وتقييم النتائج والتنسيق.

والأساليب المختلفة لبحوث العمليات تساعد الإدارة في ممارسة وظائفها بشكل علمي سليم، بدلًا من الاعتماد الكلي على الاجتهاد والتقدير الشخصي. وتخدم بحوث العمليات وظائف الإدارة كالآتي:

1-مساعدة الإدارة في التخطيط واتخاذ القرارات:

لأن نماذج بحوث العمليات غالبًا ما ينتج عنها نتائج وإجراءات وخطط، تؤدي إلى ترشيد متخذي القرارات. فالإدارة كثيرًا ما تواجه مواقف ومشاكل معقدة يصاحبها الكثير من البيانات والتفصيلات والتداخل والتشابك بين النواحي المختلفة، بالإضافة إلى عدم التأكد.

كل ذلك يستلزم الاستعانة ببحوث العمليات؛ حتى يمكن مساعدة الإدارة في الوصول إلى أفضل الخطط واتخاذ القرارات، من خلال تجميع البدائل المختلفة المتاحة، والقيود المفروضة على البدائل، والأهداف المراد تحقيقها، والتقييم العلمي السليم لكل بديل باستخدام العوامل الكمية.

2-مساعدة الإدارة في الرقابة:

ترى الإدارة في المشروعات الكبيرة أن الإشراف المستمر على القرارات الروتينية أمر مرتفع التكاليف. ولقد ساعدت أساليب بحوث العمليات -من خلال استخدام الطريقة العلمية والخبرة -في إيجاد إجراءات نمطية موثوق بها لمعالجة المشكلات اليومية، والتعرف على الاتجاهات ورصدها، وقد أدى ذلك إلى مساعدة الإدارة في التركيز على الأمور الإستراتيجية.

إن الخطط المثلى الناتجة عن استخدام نماذج بحوث العمليات أداة للرقابة وتقييم الأداء.

حيث يتم قياس الفعاليات في ضوء مخططات محسوبة بطريقة علمية، متناسبة مع الموارد والإمكانات المتاحة بالمنشأة، بدلًا من تقييم الأداء في ضوء مخططات محسوبة بشكل اجتهادي.

3-مساعدة الإدارة في التنسيق:

تفيد أساليب بحوث العمليات الإدارة في تحقيق التنسيق، بحيث تتناسق الخطط الفرعية للمنشأة مع بعضها البعض ومع الخطط الكلية للمنشأة؛ فاستخدام أحد نماذج التخطيط التي توفرها بحوث العمليات، مثل البرمجة الخطية، يمكن من تحقيق التناسق بين خطة الإنتاج وخطة المبيعات وموارد وإمكانات المنشأة.

4-بحوث العمليات والحاسب الآلي:

إن كثيرًا من نماذج بحوث العمليات عبارة عن نماذج رياضية معقدة، وتتضمن حجمًا هائلًا من المعادلات والمتباينات، ويستلزم حلها العديد من العمليات الحسابية المعقدة. لذلك فإن الحاسب ذا السرعة الفائقة كان ضرورة ملحة لأداء هذه العمليات، واستخراج حلول النماذج في أقصر وقت ممكن وأقل قدر من التكلفة.

أضف إلى ذلك أن هناك بعض النماذج من بحوث العمليات التي تعتبر من النماذج الحديثة -مثل نماذج المحاكاة، والتي تتميز بشدة التركيب والتعقيد -لم تصبح ممكنة من الناحية العملية، وذات سهولة في التنفيذ إلا بفضل الحاسب الإلكتروني.

ويمكن القول إن تطور بحوث العمليات وانتشار استخدامها وتطبيقها كان مقترنًا بوجود الحاسبة الإلكترونية؛ إذ كان عاملًا مشجعًا على استخدام نماذج وبحوث العمليات في حل العديد من مشاكل الإدارة.

ومن ناحيه أخرى، فقد ساهمت بحوث العمليات في تطور الحاسب الإلكتروني، وفي العمل على نمو قدراته وتعدد مجالات استخدامه.

فلا غنى لدراسة بحوث العمليات في الوقت الحاضر عن دراسة كيفية الاستفادة من الحاسب الإلكتروني في الوصول إلى الحلول المرغوب بها، ولا غنى للمتخصص في تحليل النظم أو وضع برامج الحاسب الإلكتروني عن دراسة نماذج بحوث العمليات.

وبالفعل، فإن معظم المشروعات الاقتصادية في كافة المجالات الإنتاجية والخدمية، تستعين بالحاسب الإلكتروني؛ إما بالامتلاك أو التأجير.

أساليب بحوث العمليات:

تتعدد أساليب بحوث العمليات، حتى أصبحت الآن كثيرة، بحيث يتناسب كل أسلوب -من خلال خصائصه -مع ظروف مشكلة معينة يمكن حلها.

وهذه الأساليب -على سبيل المثال لا الحصر -كالآتي:

1-البرمجة الرياضية:

يدخل تحت البرمجة الرياضية كثير من الأساليب، كل أسلوب له خصائص مختلفة عن الآخر، وهي مثل البرمجة الخطية، والبرمجة الخطية متعددة الأهداف، وبرمجة الأهداف، والبرمجة الخطية بوحدات صحيحة، والبرمجة الحركية، والبرمجة غير الخطية، والبرمجة التوفيقية. وسوف يتم تناول هذه الأساليب في الباب الثاني.

2-نظرية المباريات:

تختص نظرية المباريات بدراسة إستراتيجيات الآخرين ذوي المصالح المتعارضة. وتبنى هذه النظرية على أساس أن المشروع يشترك في مباراة مع منافسه (أي المشروع الآخر)، وأن كلا المشروعين يعرف الموقع الإستراتيجي للآخر، ويمكن عن طريق نظرية المباريات تكوين مجموعة من القرارات

المتابعة بكل من المشروعين؛ ليتفادى بها أثر قرارات المشروع الآخر، ويمكن استخدام نظرية المباريات في حل مشاكل كبيرة.

3-نماذج صفوف الانتظار:

تتبع هذه النظرية في المواقف الحقيقية لانتظار الأفراد في خط مستقيم؛ لحين تأدية الخدمات لهم. وتهدف تلك النماذج إلى إيجاد الحلول المثلى للمشاكل التي تتضمن صفوف الانتظار، مثل انتظار عوامل الإنتاج المختلفة والآلات، وغيرها، وتستعمل أيضًا في حل مشاكل المخزون.

4-نموذج النقل:

وهذا النموذج أحد نماذج البرمجة الخطية، ولكن لحل مشاكل ذات طبيعة خاصة. وهي تهدف لتحقيق التوزيع الأمثل لنقل المنتجات من مناطق الإنتاج إلى مناطق التخزين أو البيع، وذلك بأدنى تكلفة ممكنة أو بأقصى أرباح ممكنة.

5-نموذج التعيين:

وهذا النموذج أيضًا يعتبر أحد أشكال البرمجة الخطية لحل مشاكل ذات طبيعة خاصة. وهو يهدف لتحقيق التوزيع الأمثل لرجال الإنتاج أو البيع على الآلات أو على مناطق البيع، وذلك بأدنى تكلفة ممكنة، أو بأقصى أرباح ممكنة.

6-أسلوب تقييم ومراجعة البرامج (بيرت):

وهو أسلوب يستخدم في مجال التخطيط والتنسيق والرقابة، خاصة في المشروعات الكبيرة المعقدة. كما يرشد الإدارة ويوجه المستويات الإدارية لتؤدي عملها بأكثر كفاية، كما يسمح بتقديره وتخطيطه ومتابعته مقدمًا ويبين أيضًا مراحل التقدم وخطوات النشاط الجاري، كما يحذر من العقبات والاختناقات المتوقعة مستقبلًا في الوقت الملائم؛ حتى يتمكن تجنبها، وتفادي الكثير من الخسائر نتيجة توقف الإنتاج، وتعطل الموارد المختلفة بدون استغلال.

7-أسلوب ماركوف:

ويعتمد أسلوب ماركوف على أن أسلوب أي متغير يتحدد في المستقبل بناء على سلوكه في الفترة السابقة مباشرة. فإذا أمكن تطوير وتحليل الموقف

السابق للمتغير مباشرة، فإنه يمكن استخدام هذا التصوير في التوقع الرياضي لسلوك المتغير مستقبلًا. ويستخدم أسلوب ماركوف كأداة مساعدة في إدارة التسويق لفحص سلوك المستهلكين، والتنبؤ للعلامات التجارية، وانصراف المستهلكين عن علامة تجارية معينة إلى علامة أخرى خلال الزمن، وبذلك تستطيع الإدارة تحديد نصيبها من السوق في فترة زمنية مقبلة، وتستطيع بذلك رسم سياساتها التسويقية، وتخطيط طاقتها ومواردها في ضوء ذلك.

8- نماذج الرقابة على المخزون:

حيث تهدف هذه النماذج إلى تحديد الكمية الاقتصادية للشراء، وتحديد نقطة إعادة الطلب، وتحديد الحد الادنى للمخزون، وذلك بما يؤدي إلى تحمل المشروع أقل تكاليف ممكنة.

9-نماذج المحاكاة:

وهي نماذج تقوم بتمثيل المشكلة الحقيقية، وتجريبها عدة مرات؛ للوصول إلى أفضل بديل من البدائل الممكنة للحل. ومعظم هذه النماذج تحتاج إلى قدرة حسابية هائلة، يفضل حل هذه النماذج عن طريق حاسبات إلكترونية.

* * *

الفصل الثاني

البرمجة الخطية

هي أسلوب تحليلي كمي تم استخدامه في العلوم الطبيعية والهندسية قبل استخدامه في العلوم الاجتماعية والإدارية ، وهي من النماذج المؤكدة وليست من النماذج الاحتمالية. وهي أحد فروع وأنواع البرمجة الرياضية.

الإطار العام للمشاكل التي تعالجها البرمجة الخطية:

هناك عدة مكونات/ عناصر لأي مشكلة تعالجها البرمجة الخطية، وهي كما يلي:

1-دالة الهدف.	OBJECTIVE FUNCTION
2-متغيرات القرار.	DECISION VARIABLES
3-قيود	CONSTRAIN
4-شرط عدم السلبية	NONNEGATIVETY

ويمكن مناقشة هذه العناصر على النحو التالي:

1. دالة الهدف objective function

يجب تحديد هدف واحد بشكل قاطع الوضوح في صورة معيار قابل للقياس الكمي ، ودالة الهدف في مشكلة البرمجة الخطية إما أن تكون تعظيما maximization أو تقليلا minimization وهذا ما يعرف في لغة الرياضيات بالمثلىoptimization ويعبر عن الهدف عادة في صورة متغير واحد أو أكثر، وتخضع هذه المتغيرات جميعا لعلاقة خطية، أي أنها جميعا مرفوعة لأس واحد صحيح. ويخضع تحقيق الهدف إلى تنفيذ أنشطة ووظائف متعددة تسمى موارد، متاح منها كميات محددة تشكل قيدا على تحقيق الهدف.

2. متغيرات القرار decision variables

وهي التي تدخل ضمن دالة الهدف المراد تعظيمه أو تقليله وهي متغيرات من الدرجة الأولى ، وهذه المتغيرات إما أن تكون صفرية أو موجبة.

3. قيد أو مجموعة من القيود constraint

تتمثل القيود في موارد محددة يتنافس على استغلالها واستخدامها مجالات مختلفة ، ويأتي التعبير عنها في مشكلة البرمجة الخطية من خلال المتاح من الموارد، بمعنى أننا نعظم أو نقلل المتغيرات الداخلة ضمن دالة الهدف في ظل قيود تتمثل في موارد محدودة . فمثلا إذا كان لدينا مائة متر مكعب من

الأخشاب يمكن أن نستغلها في صناعة الكراسي نقول أن الأخشاب مورد، ومائة متر منها قيد ،وأما الكراسي فمتغير.

ويعبر عن القيود في شكل معادلات خطية ، وهي كما يلي:

أ. متساوية : (=) equality

ب. متباينة : أقل من (≥)less than or equal to

ج. متباينة : أكبر من (≤) more than or equal to

ومن أهم أشكال القيود ما يلي:

أ. ندرة عناصر الإنتاج: وهذا يتمثل في محدودية الكمية المتاحة من عناصر الإنتاج كالموارد الأولية والآلات والعمل ورأس المال.

ب. محدودية الطاقة للموارد المتاحة بمعنى أن وجود مورد لا يعني بالضرورة قدرته على تلبية كامل الاحتياجات.

ت. النواحي الفنية والتقنية بمعنى أن النواحي الفنية قد تفرض علينا قدرا معينا من استغلال بعض الموارد.

ث. استيعاب السوق: حيث أن طاقة السوق على استيعاب المنتوجات أي بيعها تكون محدودة في بعض الأحيان نتيجة للمنافسة وغيرها من العوامل، وبالتالي لا تستطيع المنشأة بيع منتجاتها بالكامل إذا ما استغلت كامل طاقتها الإنتاجية.

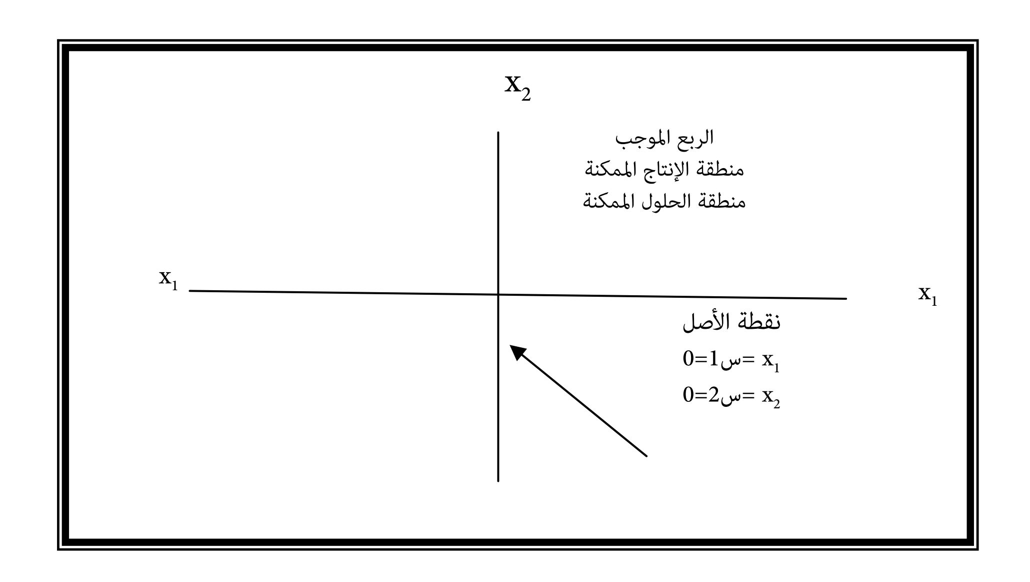
ج. جودة المنتجات والعناصر الداخلة في إنتاجها : حيث يتطلب ذلك زيادة في استغلال بعض الموارد دون الأخرى، وتظهر هذه المشكلة في المنتجات الغذائية؛ حيث أن المنتجات الداخلة في خلطة معينة تختلف في مكوناتها الغذائية، وبالتالي كلما قل العنصر المطلوب في المادة الخام كلما زادت الكمية المطلوبة منه.

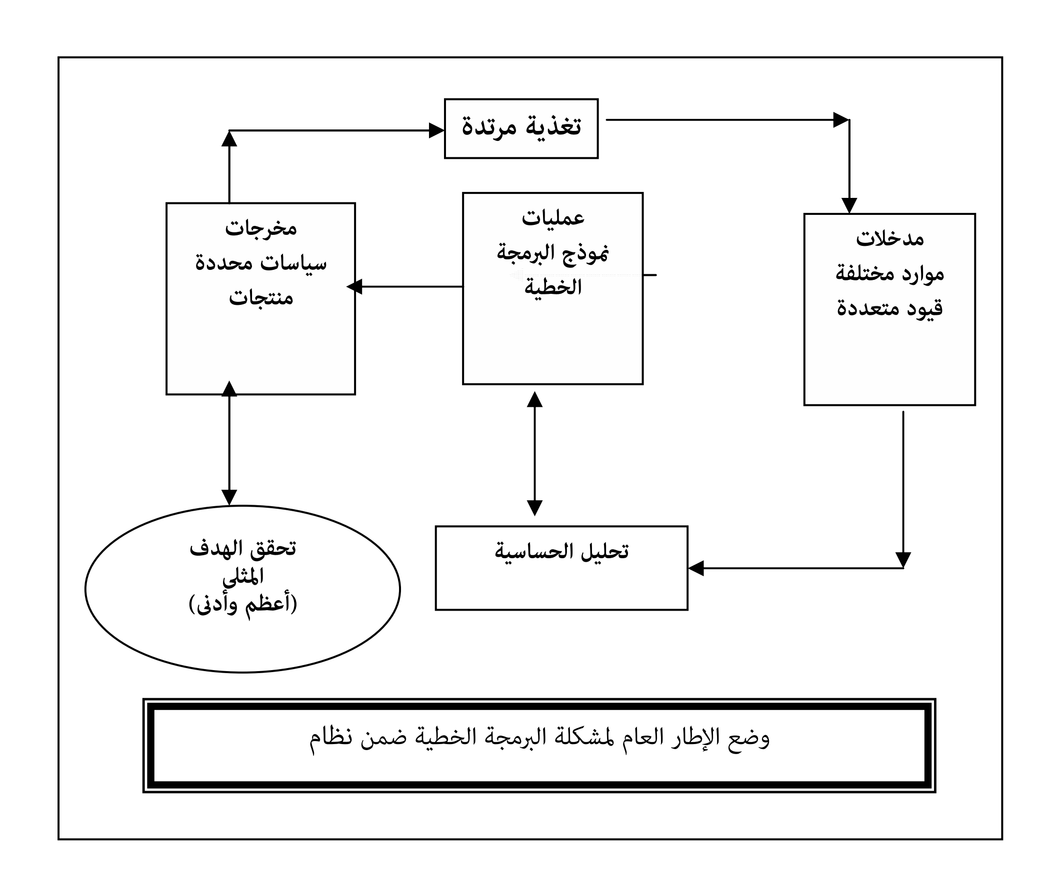
وغيرها من أنواع القيود التي يمكن أن تواجهها منشأة الأعمال أثناء عملية الإنتاج كالقيود القانونية التي تفرضها الدولة.

4. **شرط عدم السلبية** nonnegative

للمتغيرات المراد تعظيمها أو تقليلها والواقعة في دالة الهدف:

حيث يتمشى هذا القيد مع منطقية دالة الهدف المراد تعظيمها أو تقليلها، والتي هي أصلا موجودة؛ حيث يستحيل التعامل معها في حالة العدم أو السلبية وفي حالة استخراج الحل بالطريقة البيانية، فإن الحل يقع في الربع الموجب كما هو موضح في الرسم البياني التالي:





وضع الإطار العام لمشكلة البرمجة الخطية ضمن نظام

رابعا : فروض البرمجة الخطية LP ASSUMPTIONS

تقوم البرمجة الخطية على عدة فروض أساسية :

1. التأكد: CERTAINTY

تفترض البرمجة الخطية معلومية جميع المتغيرات وعددها وقيم معاملاتها، وكذلك القيود وعددها وقيم معاملاتها معروفة ومحددة قبل الشروع في حلها.

2. الخطية: LINEARITY

كما يدل اسمها (برمجة خطية)، تفترض البرمجة الخطية وجود علاقات خطية بين متغيرات المشكلة المراد حلها بها وتطبيقها عليها؛ أي أن الافتراض هنا هو أن متغيرات المشكلة هي من الدرجة الأولى؛ أي ذات أس واحد، لا يصح أن تكون مرفوعة إلى أكثر من واحد، وبناء عليه فإن العلاقة بين دالة الهدف والقيود تكون مستقيمة أو خطية.

وعلاقة الخطية هذه بين المتغيرات تتفرع عنها أو تتكامل معها بطريقة مباشرة مع الخصائص التالية لمتغيرات مشكلة البرمجة الخطية وهي: التناسبية، والإضافية وقابلية القسمة.

3. التناسبية: PROPORTIONALITY

وهذه الخاصية متكاملة مع خاصية الخطية، وتعني أن الزيادة أو النقص في قيم متغيرات دالة الهدف تتناسب تناسبا طرديا مع الزيادة أو النقص في قيمة أي من المتغيرات المفردة.

ومثال ذلك: إذا افترضنا أن الوحدة من المنتج تحقق ربحا مقداره 10$ فإن مبيعات 10 وحدات تحقق أرباحا قيمتها 100$ ومبيعات 20 وحدة تحقق أرباحا قيمتها 200$ وهكذا.

4. الإضافية أو قابلية الجمع: ADDITIVITY

وهي اعتماد النتيجة النهائية على التغير في مجموع قيم المتغيرات، فإذا كان لدينا منتجين س1 ، س2 ، وكانت الوحدة من س1 تحقق ربحا مقداره 10$، وكانت الوحدة من س2 تحقق ربحا مقداره 11$، وقمنا بإنتاج 10 وحدات من س1، وإنتاج 10 وحدات من س2 فإن الربح الناتج = (10×10) + (10×11) = 100 + 110 = 210$.

وقابلية الجمع تعنى أنه إذا تغير إنتاج كمية أحد المنتجين فإن ذلك ستظهر نتيجته في مجمل الربح ، وذلك كما يلي: إذا زاد الإنتاج من س2 : 20 وحدة

فالربح الناتج = (10 × 10) + (20 × 11) = 100 + 220 = 320 $

وإذا انخفض إنتاج س1 إلى 5 وحدات وزاد إنتاج س2 ب10 وحدات، تكون النتيجة = (5 × 10) + (20 × 11) = 50 + 220 = 270 $، هكذا.

ولهذه الخاصية أهمية في تحديد المزيج الإنتاجي الأمثل، والذي يحقق أقصى العوائد أو أقل التكاليف، بحيث لا يؤثر زيادة أو انخفاض إنتاج معين بعينه على تحقيق أفضل النتائج.

5. قابلية القسمة أو الكسرية: DIVISIBILTY OR FRACTIONALITY:

يقسم علماء الرياضيات والإحصاء القيم التي نتعامل معها في حياتنا ومشاهداتنا إلى قيم أو متغيرات متصلةCON I NUOUS VARIABLES

وهي التي تقبل الكسور ضمنها كدرجات الحرارة والمسافات والأطوال وغيرها، التي يمكن أن تأخذ قيما عشرية مثل أن يكون الطول مساويا 105 سم وهكذا.

وعلى خلاف ذلك هناك قيم لا يكون فيها الكسر منطقيا، مثال على ذلك عدد الأفراد أو عدد السفن، وتسمى هذه القيم أو المتغيرات بالمتغيرات المنفصلة DISCRATE VARIABLES

محددات البرمجة الخطية: LP SETBACKS

1-العلاقات الخطية :LINER RELATION

افتراض العلاقات الخطية بين المتغيرات يقلل من انتشارها وتطبيقها على جميع المشاكل، لأن المشاكل الواقعية قد تتضمن وجود علاقات غير خطية بين متغيراتها، لذلك تم تطوير أساليب البرمجة غير الخطية NONLINE PROGRAMMING كالبرمجة التربيعية.

2- الكسور في الحل:

عند تطبيق البرمجة الخطية على متغيرات منفصلة قد تعطي حلولا تتضمن قيما فيها كسورا عشرية، والكسور من الوحدات تبدو غير منطقية في هذه الحالات.

وتخلصا من إشكالية وجود كسر في قيمة المتغير المنفصل (الذي لا يقبل أن يكون فيه كسرا) يمكن معالجة الكسر بإحدى طريقتين، وذلك كما يلي:

الطريقة الأولى: تقريب الكسر للحد الأدنى، حيث أن الحد الأقصى قد يتخطى منطقة الإمكانيات المتاحة.

الطريقة الثانية: تطبيق أسلوب مستحدث أو مطور من البرمجة الخطية وهو البرمجة الكاملة INTEGER PROGRAMING التي تقوم على افتراض الأرقام الصحيحة ، وعدم وجود الكسور العشرية.

3- التأكد:CERTAINTY

تقوم البرمجة الخطية على افتراض أن جميع المتغيرات والقيود قيمهامعلومة ومعروفة و محددة مسبقا في المشكلة المراد حلها، وهذا لا يتوافر أحيانا في الحياة العملية؛ فكثيرا ما تكون هناك حالة عدم التأكد،و أيضا نقص في المعلومات المتاحة عن المشكلة موضع الدراسة.

وللتخلص من هذه الإشكالية فقد استحدثت أو طورت دراسة تحليل الحساسية SENSITIVITY ANALYSIS التي تقوم على الإجابة على أسئلة مثل: ماذا يحدث لو وبالتالي نستطيع اختبار أكثر من فرضية لمواجهة نقص المعلومات أو حالة عدم التأكد.

طرق حل مشكلة البرمجة الخطية :

يمكن حل مشكلة البرمجية الخطية مستخدمين أحد الأساليب التالية:

1. الرسم البياني. GRAPHIC SOLUTION
2. السمبلكس SIMPLEX SOLUTION
3. الطريقة الجبرية. COEFFICIENT METHOD

أمثلة وتمارين على صياغة مشكلة البرمجة الخطية:

تعالج البرمجة الخطية مشاكل التعظيم (العوائد والأرباح)، كما تعالج مشاكل التقليل (التكاليف), وهي ما تعرف في بحوث العمليات بالمثلى أو الفضلى OPTIMIZATION .

مثال محلول رقم 1:

تقوم شركة أثاثكو بتصنيع عدة منتجات من الأخشاب، يتمثل أهمها في الكراسي والطاولات، حيث يبلغ ثمن الكرسي الواحد في السوق 10$، ويحتاج إلى ساعة عمل واحدة في قسم النشر، وساعة عمل واحدة في قسم التجميع، بينما يبلغ ثمن الطاولة 40$، وتحتاج إلى ساعتين عمل في قسم النشر، وخمسة ساعات عمل في قسم التجميع، وفي اللحظة التي يستوعب فيها السوق جميع المنتجات من كلا المنتجين.

لا يستطيع مدير الشركة الحصول شهريا على أكثر من مائة ساعة عمل في قسم النشر.

كما لا يستطيع الحصول على أكثر من مائة وخمسين ساعة عمل في قسم التجميع.

وفي هذه الحالة يحتاج مدير الشركة إلى أن يحدد مزيج الإنتاج من الكراسي والطاولات الذي يحقق لمؤسسته أعلى عائد ...

الحل :

في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية في صياغة المشكلة:

أولا	الهدف	الهدف هنا هو تعظيم العائد.
ثانيا	المتغيرات	كراسي ، طاولات.
ثالثا	الرموز	نعبر عن الكراسي(X_1)، ونعبر عن الطاولات ب(X_2).
رابعا	الجدول	حتى يسهل تكوين المعادلات الرياضية توضع البيانات الموضحة في المشكلة في صورة مصفوفة كما يلي:

جدول يبين بيانات المشكلة

	X_1 كراسي	X_2 طاولات	الموارد المتاحة/ شهريا أقل من أو مساوية
قسم النشر	1	2	100ساعة عمل
قسم التجميع	1	5	150 ساعة عمل
سعر البيع	$10	$40	

خامسا : وضع البيانات في الجدول أعلاه في صورة معادلات كما يلي:

دالة الهدف	Max $z=\$10X_1+\$40X_2$	Objective function
القيود	$1X_1+2X_2 \leq 100$ $1X_1+5X_2 \leq 150$	constraints
عدم السلبية	$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$	Non negative

سادسا: حل المشكلة عن طريق:

1. الرسم البياني
2. أو السمبلكس

الطريقة البيانية لحل مشاكل البرمجة الخطية

GRAPHIC SOLUTION OF LP PROPLEMS

تعتبر طريقة الرسم البياني طريقة سهلة وبسيطة وواضحة في معالجة مشاكل البرمجة الخطية خاصة تلك المشاكل التي لا يزيد فيها عدد المتغيرات عن اثنين والتي تحتوي على عدد بسيط من القيود كما تفيد طريقة الرسم البياني كمقدمة لدراسة طرق وأساليب أخرى أكثر تعقيدا في حل مشاكل البرمجة الخطية مثل السمبلكس

وعند اتباع أسلوب الرسم البياني يجب اتباع الخطوات التالية:

1. رسم المحور السيني والصادي (الجزء الموجب من كل منهما)
2. تحديد نقطتين لكل مستقيم (معادلة)

3. رسم المستقيمات المعبرة عن المعادلات
4. تحديد منطقة الامكانيات المتاحة
5. تعيين النقطة ضمن منطقة الامكانيات المتاحة التي تعطي أفضل النتائج (أعلى عائد أو أقل تكلفة) وعادة تكون نقطة تقاطع مستقيمات وتكون في حالة تعظيم الأرباح أبعد ما يكون عن نقطة الأصل وتكون في حالة تقليل التكاليف أقرب ما يكون من نقطة الأصل

حل المثال السابق بطريقة الرسم البياني: يتطلب الحل البياني ما يلي :

1-تكوين الاحداث السيني والاحداث الصادي (x_1-x_2)

2-رسم مستقيمات القيود كما يلي:

أ-تحويل القيود الى متساويات وذلك كما يلي:

المستقيم الأول $x_1+2x_2=100$

المستقيم الثاني $x_1+5x_2=150$

ب-تحديد نقطتين لكل مستقيم حتى يمكن رسمه وذلك بمعرفة قيم الاحداثين كما يلي:

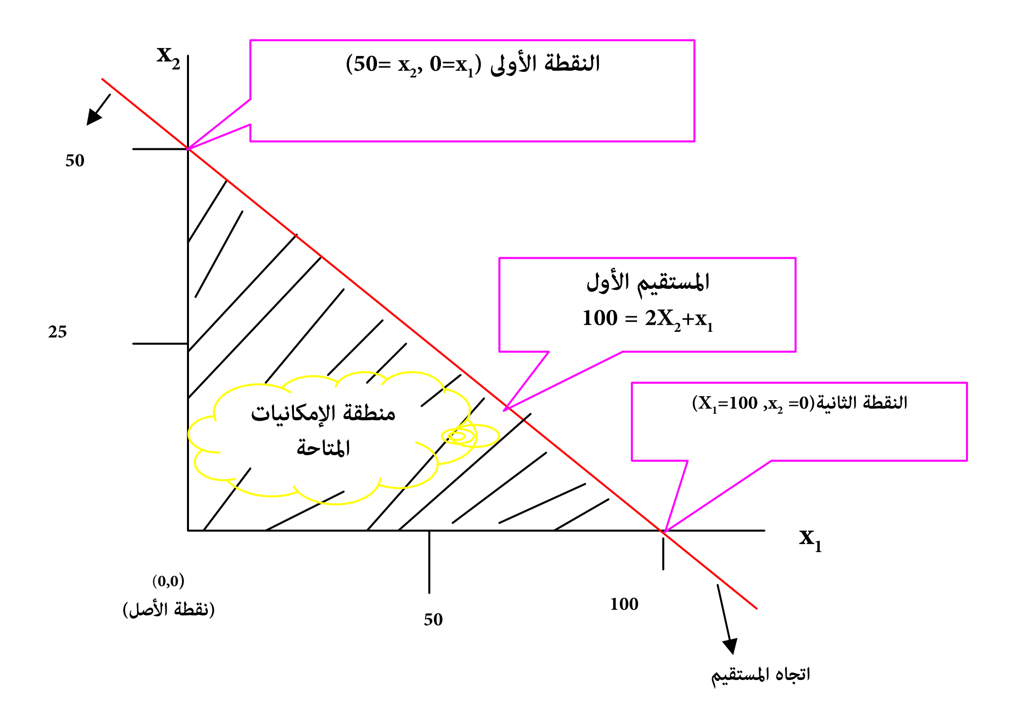
المستقيم الأول	
X_2	X_1
50	0
0	100

وتوضيحا لما تعنيه هذه الأرقام ، افترض ما يلي:

لو فرضنا أن المنتج ركز على إنتاج الطاولات (X_2)، وأهمل الكراسي (X_1) ، فإنه يستطيع إنتاج 50 طاولة من ساعات الآلة المتوفرة لديه (بفرض أن القيد الأول يعبر عن ساعات العمل لآلة).

بينما إذا ركز الإنتاج على الكراسي (X_1) مهملا الطاولات (X_2) فإنه يستطيع إنتاج 100 كرسي من ساعات الآلة المتوفرة.

يمكن الآن رسم الإحداثي السيني و الصادي وتحديد المستقيم الأول عليه كما يلي :



تحديد اتجاه المستقيم الذي يحققه:

نختبر المستقيم مع نقطة الأصل أي نعوض X_1= صفر، X_2= صفر $0+0\geq100$ (true) إذن اتجاه المستقيم هو نحو نقطة الأصل، وهذا يعني ببساطة أن أي نقطة على المستقيم أو بينه و بين نقطة الأصل تحققه.

والمنطقة بين المستقيم و نقطة الأصل تسمى منطقة الإمكانيات المتاحة وفق هذا القيد بمعنى أن المنتج يستطيع إنتاج أي كمية ضمن المساحة المظللة ووفق القيد الأول.

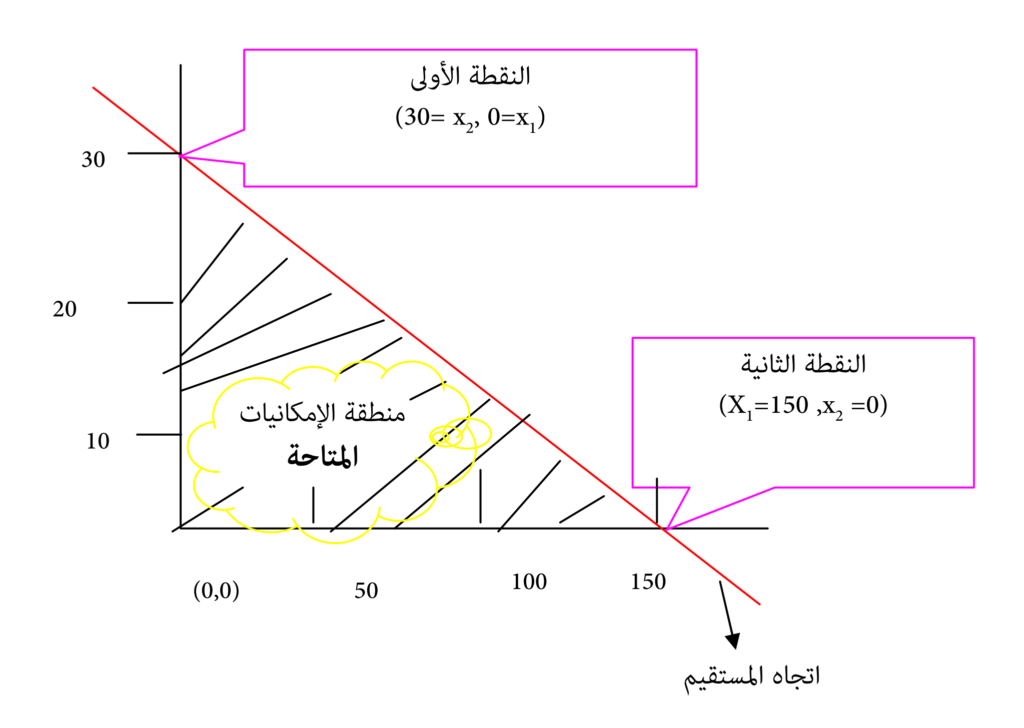
المستقيم الثاني	
X_1	X_2
0	30
150	0

وتوضيحا لما تعنيه هذه الأرقام:

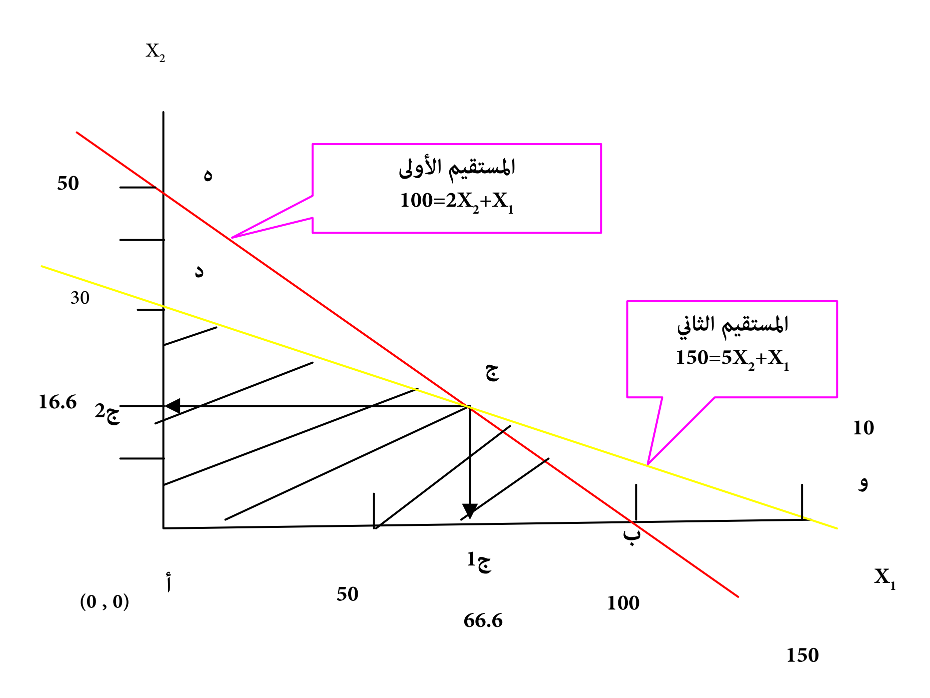
لو فرضنا أن المنتج ركز على إنتاج الطاولات (X2) فقط ، وأهمل إنتاج الكراسي (X1) ، فإنه يستطيع إنتاج 30 طاولة من ساعات العمل المتوفرة لديه (بفرض أن هذا القيد يمثل ساعات عمل).

بينما إذا ركز الإنتاج على الكراسي (X1) مهملا للطاولات (X2) فإنه يستطيع إنتاج 150 كرسي من ساعات العمل المتوفرة لديه .

يمكن الآن رسم الإحداثي السيني والصادي وتحديد المستقيم الثاني عليه كما يلي :



ويمكن الآن رسم الإحداثي السيني والصادي وتحديد المستقيمين الأول والثاني عليه كما يلي:



نقوم بداية بتحديد منطقة الإمكانيات المتاحة والتي تحقق كلا المستقيمين، وهي في هذه الحالة المنطقة أ ب ج د المظللة، حيث يستطيع المنتج إنتاج أي كمية داخل هذه المنطقة وفق القيدين وهما: الوقت المتاح من العمل والوقت المتاح من الآلة .

والهدف من حل هذه المشكلة هو تحقيق أعلى عائد ممكن، و بإجراء التجارب وجد أن أعلى عائد يتحقق عند نقاط تقاطع المستقيمات، لذلك يتم اختبار دالة الهدف عند هذه النقاط، وهي أ ب ج د .

ملاحظات:

أولاً: منطقة الإمكانيات المتاحة هي أ ب ج د والتي تحقق كلا المستقيمين.

ثانياً: خروج منطقة و ب ج من منطقة الإمكانيات المتاحة لأنها تحقق المستقيم الثاني فقط، ولا تحقق المستقيم الأول.

ثالثا: خروج منطقة هـ د ج من منطقة الإمكانيات المتاحة لأنها تحقق المستقيم الأول فقط، ولا تحقق المستقيم الثاني.

تحديد النقطة التي عندها يكون الربح أعلى ما يكون، وذلك بإحدى الطريقتين :

1- تقييم نقاط تقاطع المستقيمات على أطراف منطقة الإمكانيات المتاحة.

2- رسم مستقيم دالة الهدف Iso-profit line .

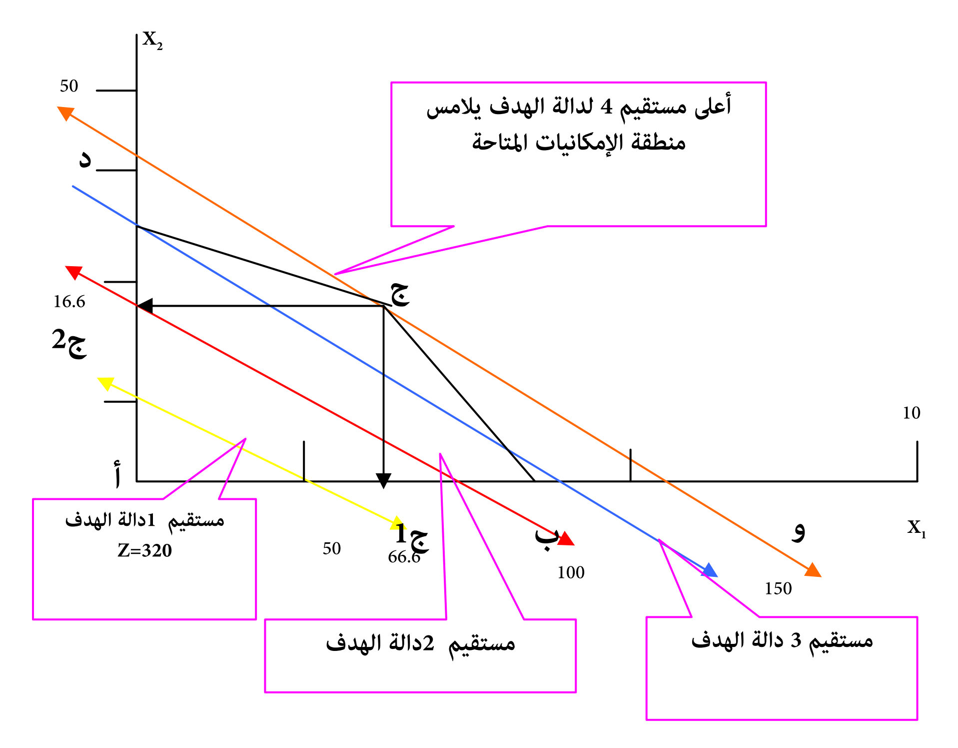
الطريقة الأولى: تقييم نقاط تقاطع المستقيمات وهي كما يلي:

النقطة	X_1	X_2	$Z=\$10\ x_1+\$40\ x_2$	النتيجة ($)
أ	0	0	$0 \times 40 + 0 \times 10$	0
ب	100	0	$0 \times 40 + 100 \times 10$	1000
ج	66.7	16.7	$16.7 \times 40 + 66.7 \times 10$	1335
ج	66.	16	$16 \times 40 + 66 \times 10$	1300
د	0	30	$30 \times 40 + 0 \times 10$	1200

الطريقة الثانية: رسم مستقيم دالة الهدف Iso-profit line **، وذلك كما يلي :**

دالة الهدف : $Z=\$10\ x_1+\$40\ x_2$

بافتراض أن Z=320 نوجد نقطتين لرسم مستقيم دالة الهدف وهي (8,0) ، (0,32) ثم نقوم برسم هذا المستقيم كما يلي:



نلاحظ أن المستقيم رقم1 عند قيمة320 $ ل z يقع ضمن الإمكانيات المتاحة نقوم بافتراض قيم أعلى فينتج لدينا المستقيم رقم2 و3 وأخيرا مستقيم رقم4 الذي يقع على حافة منطقة الإمكانيات المتاحة، وهذا يعني أن أعلى ربح هو عند هذا المستقيمZ=1335 $.

ويجب ملاحظة أن جميع مستقيمات دالة الهدف متوازية بعض النظر عن اختلاف قيم Z، وذلك لأن ميل المستقيمات ثابت لا يتغير، والذي يغير ميل المستقيم هي معاملات X1 ,X2 وليس قيمة Z.

ملاحظات على نتيجة الحل:

نلاحظ أن أعلى عائد قد تحقق عند النقطة ج، أي يجب إنتاج 66.7 كرسي، و 16.7 طاولة لتحقيق عائد قدره 1335$ ونتيجة أنه لا يمكننا إنتاج كسور من الكراسي أو الطاولات يتم تقريبها للقيمة الأدنى حتى تكون ضمن منطقة الإمكانيات المتاحة .

كما يمكن تحديد مدى استغلال الموارد عند النقطة ج (66.666)، (16.666) :

القيود	الطاقة المتاحة	معادلة دالة الهدف	المستغل	الفائض
x_1+2x_2	100	2 *16.666 + 1 *66.666	99.996	لا شيء تقريبا
x_1+5x_2	150	5*16.666 + 1 *66.666	149.996	لا شيء تقريبا

مثال محلول رقم 2:

تقوم الشركة الصناعية العامة بإنتاج نوعين من الدفاتر المدرسية: دفاتر كتابة وكراس رسم، ولإتمام العملية الإنتاجية ؛ لابد من استخدام آلة، وعدد معين من ساعات العمل، والوقت المتاح للآلة هو 24ساعة، بينما الوقت المتاح من عنصر العمل هو 16ساعة ، تحتاج كل وحدة منتجة من دفاتر الكتابة إلى ساعتين من الآلة، وساعتين من العمل، بينما تحتاج كل وحدة من كراس الرسم إلى 3 ساعات من الآلة و ساعة واحدة من العمل.

ويبلغ سعر كل وحدة مباعة من دفاتر الكتابة 12 $ ، ومن كراس الرسم14$، علما بأن الشركة تستطيع أن تبيع سبع وحدات فقط من المنتج الأول ، وست وحدات من المنتج الثاني.

وفي هذه الحالة يحتاج مدير الشركة إلى أن يحدد كمية الإنتاج من السلعتين التي تحقق للشركة أعلى عائد.

الحل: في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية في صياغة المشكلة:

أولا	الهدف	الهدف هنا هو تعظيم العائد
ثانيا	المتغيرات	دفتر كتابة، كراس رسم
ثالثا	الرموز	نعبر عن دفتر الكتابة بـــ x_1 نعبر عن كراس الرسم بـــ x_2
رابعا	الجدول	حتى يسهل تكوين المعادلات الرياضية توضع البيانات الموضحة في المشكلة في صورة مصفوفة كما يلي

جدول يبين بيانات المشكلة :

	X_1 دفتر كتابة	X_2 كراس رسم	الموارد المتاحة أقل من أو مساوية
الآلة	2	3	24
العمل	2	1	16
سوق1	1	-	7
سوق2	-	1	6
السعر	$12	$14	

خامسا: وضع البيانات في الجدول أعلاه في صورة معادلات، وذلك كما يلي:

max $z = \$12\, x_1 + \$14\, x_2$
Subject to:
$2\, x_1 + 3\, x_2 \le 24$
$2\, x_1 + 1\, x_2 \le 16$
$x_1 \le 7$
$x_2 \le 6$
$x_1 \ge 0\ x_2 \ge 0$

سادسا:حل المشكلة عن طريق:

1. الرسم البياني 2-أو السمبلكس

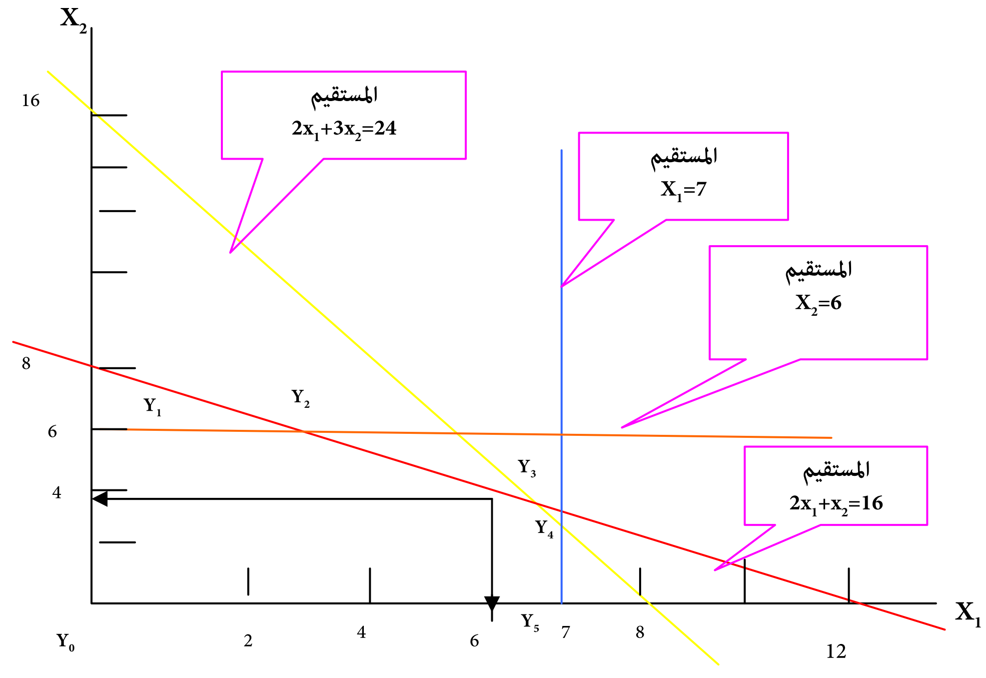
الحل : نقوم بإتباع نفس الخطوات المفصلة في المثال الأول ، ولكن يمكننا وضع الحل مختصرا كما يلي :

المستقيم الأول	
$2X_1 + 3X_2 = 24$	
X_1	X_2
0	8
12	0

المستقيم 2	
$2X_1 + X_2 = 16$	
X_1	X_2
0	16
8	0

المستقيم 3
$X_1 = 7$
X_1
7
—

المستقيم 4
$X_2 = 6$
X_2
6
—



نقوم بداية بتحديد منطقة الإمكانيات المتاحة، والتي تحقق كلا المستقيمين.

وهي في هذه الحالة المنطقة Y_5 Y_4 Y_3 Y_2 Y_1 Y_0، حيث يستطيع إنتاج أي كمية داخل هذه المنطقة وفق القيود، وهي الوقت المتاح من العمل، والوقت المتاح من الآلة والقدرة التسويقية لكلا المنتجين .

والهدف من حل هذه المشكلة هو تحقيق أعلى عائد ممكن.

وبإجراء التجارب وجد أن أعلى عائد يتحقق عند نقاط تقاطع المستقيمات.

لذلك يتم اختبار دالة الهدف عند هذه النقاط ، Y_5 Y_4 Y_3 Y_2 Y_1 Y_0.

تقييم نقاط تقاطع المستقيمات :

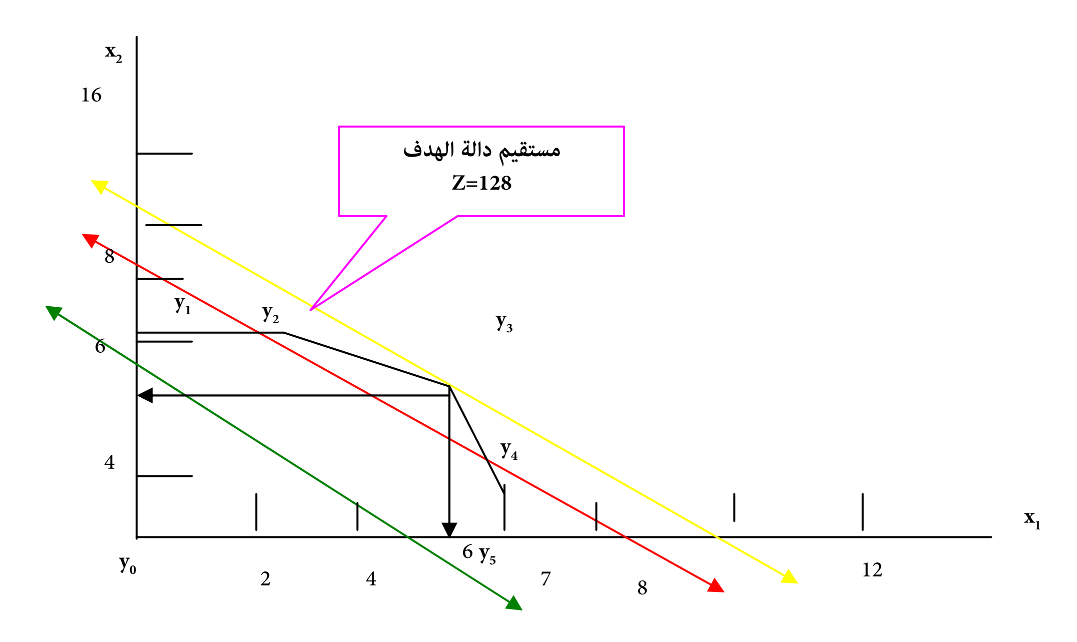
- دالة الهدف هي : $Max\ z = \$12X_1 + \$14X_2$

النتيجة($)	$Z=\$12x_1+\$14x_2$	x_2	x_1	النقطة
صفر	$0 \times 14 + 0 \times 12$	0	0	Y_0

84	6×14 +0 ×12	6	0	Y_1
120	6×14 +3 ×12	6	3	Y_2
128	4×14 +6 ×12	4	6	Y_3
126	3×14 +6 ×12	3	7	Y_4
84	0×14 +7 ×12	0	7	Y_5

نلاحظ أن أعلى عائد قد تحقق عند النقطة Y_3 ، أي يجب إنتاج 6 دفاتر ، 4 كراسات رسم لتحقيق عائد قدره 128$

يمكن أيضا رسم مستقيم دالة الهدف عند قيم مختلفة، كما يلي:



كما يمكن تحديد مدى استغلال الموارد عند النقطة الأفضل Y_3 (X_1=6)،(4=1X_2):

الفائض	المستغل	معادلة دالة الهدف	الطاقة المتاحة	القيود
لا شيء	24	$6x_2 + 4x_3$	24	$2X_1+3X_2$

$2X_1+1X_2$	16	$6\times_2 +4\ \times_1$	16	لا شيء
$1X_1$	7	$6\times_1$	6	1
$1X_2$	6	$4\times_1$	4	2

الطريقة المبسطة Simplex Method:

تعتبر هذه الطريقة من أهم الطرق المستخدمة في حل مشاكل البرمجة الخطية؛ وذلك لأنها ستمكن متخذ القرار من حل المشاكل المعقدة التي تحتوي على أكثر من متغيرين؛ حيث إن طريقة الحل البياني لا يمكن أن تساهم إلا في حل المشاكل ذات المتغيرين، كما أن هذه الطريقة تتميز بالدقة العالية، كما أن كفاءة استخدامها أصبحت عالية بفضل استخدام البرمجيات الجاهزة، حيث أصبحت هذه البرمجيات عاملًا مهمًّا في اتساع استخدام البرمجة الخطية ونماذج بحوث العمليات الأخرى.

تتميز الطريقة المبسطة بأنها تتضمن مجموعة من المراحل التي من خلالها يتحسن الحل الأول، والذي يسمى الحل الابتدائي، وصولًا إلى الحل الأمثل، ويمكن عرض هذه المراحل كما يلي:

المرحلة الأولى: تكوين النموذج القياسي: تتمثل هذه المرحلة بتحويل النموذج الأولي لمشكلة البرمجة الخطية (Primal Model) إلى النموذج القياسي (Standard Model)، وتتلخص هذه الخطوة بما يلي:

1-تحويل المتباينات في النموذج الأولي إلى معادلات كالآتي:

أ. إذا كانت إشارة القيد (≤) أقل أو يساوي، يتم إضافة متغير مكمل إلى الجانب الأيسر للقيد، ويسمى المتغير الخامل (Slack Variable)، ونرمز له بـ (Si)، ويظهر هذا المتغير بمعامل (0) في دالة الهدف.

ب. إذا كانت إشارة القيد (≥) أكبر أو يساوي، يتم طرح متغير فائض (Surplus Variable) من الجانب الأيسر للقيد، ونرمز له بـ (Si---) ثم نضيف متغيرًا اصطناعيًّا (Artificial Variable)، ونرمز له بـ (a). ونضيف المتغير الفائض إلى دالة الهدف بمعامل (0). أمّا المتغير الاصطناعي فيظهر بإشارة موجبة، وبمعامل (M)، والتي ترمز إلى

معامل رقمي كبير، وذلك في حالة كون دالة الهدف بإشارة (Min) تقليل. أمّا إذا كانت دالة الهدف (Max)، فنضيف المتغير -- الفائض بمعامل (0)، والمتغير الاصطناعي بإشارة سالبة وبمعامل (M).

ج. إذا كانت إشارة القيد (=) مساواة، فيتم إضافة متغير اصطناعي للقيد، ويضاف إلى دالة الهدف بإشارة موجبة، وبمعامل (M) إذا كانت الدالة (تقليل) (Min) وبإشارة سالبة وبمعامل (M) إذا كانت الدالة تعظيم (Max). ويمكن توضيح القواعد السابقة كما في الجدول (2-1).

جدول (2-1) قواعد تحويل المتباينات إلى معادلات

نوع القيد	الإجراء	دالة الهدف Max	دالة الهدف Min
$\leq$	S+	OS	OS
$\geq$	S +a-	OS-Ma	OS+Ma
=	a+	Ma-	Ma+

المرحلة الثانية:

تكوين جدول الحل الابتدائي؛ للحصول على حل أولي ممكن، والذي يناظر الحل الأولي عند نقطة الأصل في طرية الحل البياني وتنظم بيانات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي كما هو مبين في الجدول (2-2)

المرحلة الثالثة:

التحقق من أمثلية الحل في المرحلة السابقة، وذلك من خلال قيم الصف (Cj-Zj)، والذي يسمى صف تقييم الحل، والذي يعبر عن مساهمة كل متغير من متغيرات دالة الهدف عند إضافة وحدة واحدة. ويتم التقييم كالآتي:

أ. إذا كانت دالة الهدف تعظيم (Max)، فإن الحل الأمثل يتحقق عندما تكون قيم (Cj-Zj) تساوي أو أقل من صفر، أي ($Cj\text{-}Zj \leq 0$).

ب. إذا كانت دالة الهدف تقليل (Min)، فإن الحل الأفضل يتحقق عندما تكون قيم (Cj-Zj) تساوي أو أكبر من صفر، أي ($Cj\text{-}Zj \geq 0$).

فإذا تحقق شرط الأمثلية، يتم التوقف عند هذه المرحلة، ويكون الحل المتحقق هو الحل الأمثل، وإذا لم يتحقق ننتقل إلى المرحلة الرابعة.

المرحلة الرابعة:

تحديد المتغير الداخل (Entering Variable) والمتغير الخارج (Leaving Variable):

- يتم تحديد المتغير الداخل على أساس قيم صف تقييم الحل (Cj-Zj)، فإذا كانت دالة الهدف تعظيم (Max) نختار (أعلى قيمة موجبة)، ويكون المتغير المرتبط بها المتغير الداخل، ويسمى العمود الذي يقع فيه بالعمود المحوري (Pivot Column).
- أمّا إذا كانت دالة الهدف تقليل (Min)، نختار أعلى قيمة (بإشارة سالبة) في صف (Cj-Zj)، ويكون المتغير المرتبط بها المتغير الداخل.

جدول (2-2) الحل الابتدائي

متغيرات دالة الهدف		X_1	X_2	$\dots X_n$	S_1	S_2	$\dots S_m$	bi
المتغيرات الأساسية C	معاملات متغيرات دالة الهدف Cj	C_1	C_2	C_n	0	0	0	
S_1	0	a_{11}	a_{12}	a_{14}	0	1	0	b_1
S_2	0	a_{21}	a_{22}	a_{24}	0	1	0	b_2
: : :								
S_m	0	a_{n1}	a_{n2}	a_{mn}	0	0	1	b_m
Zj		0	0	0	0	0	0	0
Cj-Zj		C_1	C_2	C_3	0	0	0	

- أمّا المتغير الخارج، فيتحدد بقسمة قيم العمود (bi) على القيم المناظرة لها في العمود المحوري، ويكون المتغير الخارج الذي يقابل أقل حاصل قسمة موجبة، ويسمى الصف الذي يقع فيه المتغير الخارج بالصف المحوري

(Pivot Row)، ويسمى العنصر الذي يتقاطع عنده العمود المحوري مع الصف المحوري بالعنصر المحوري (Pivot Element).

المرحلة الخامسة:

تكوين جدول جديد: يتم تكوين الجدول الجديد، بإجراء بعض الحسابات على مصفوفة المعاملات في جدول الحل الأولي، حيث يرتبط الجدول الجديد بهذا الجدول؛ باعتباره مرحلة لاحقة له. وتتلخص هذه الحسابات بما يلي:

1- قسمة عناصر الصف المحوري على العنصر المحوري، والذي نرمز له بـ (2_{pq})؛ حيث تمثل p: رقم الصف المحوري في مصفوفة المعاملات. q: رقم العمود المحوري في مصفوفة المعاملات.
ويسمى الصف الناتج بصف العمل (Working Row).

2- حساب قيم عناصر الصفوف الأخرى بموجب القاعدة التالية:

القيمة الجديدة = القيمة الحالية - (**(العنصر المقابل لها في الصف المحوري)×(العنصر المقابل لها في العمود المحوري** / العنصر المحوري (apq))

وبعد اكتمال عملية الحساب، يتم تقييم أمثلية الحل كما في المرحلة الثالثة. ويمكن توضيح مراحل الحل كما في المخطط الانسيابي شكل (2-3).

ويمكن توضيح هذه المراحل كما في المثال الآتي:

شركة إلكترونية تقوم بتجميع نوعين من أجهزة الحاسوب، الربح المتوقع للنوع الأول (50) دينارًا، والنوع الثاني (40) دينارًا، الطاقة الإنتاجية المتاحة

للتجميع (140) ساعة أسبوعيًّا، ويحتاج النوع الأول إلى (3) ساعات، والنوع الثاني إلى (5) ساعات للتجميع.

وكانت الطاقة التخزينية (300) قدم مربع، ويحتاج النوع الأول إلى (8) قدم مربع، والثاني إلى (5) قدم مربع. كما أن إدارة التخزين أوضحت بأنها تملك للنوع الثاني من الحاسوب مكونات لتجميع (20) جهازًا فقط.

المطلوب:

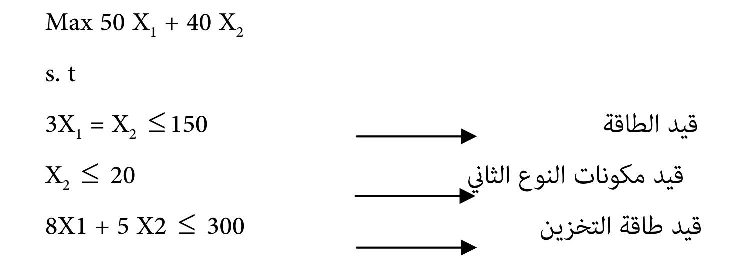
تحديد عدد الأجهزة الواجب تجميعها من كلا النوعين لتحقيق أعلى أرباح ممكنة.

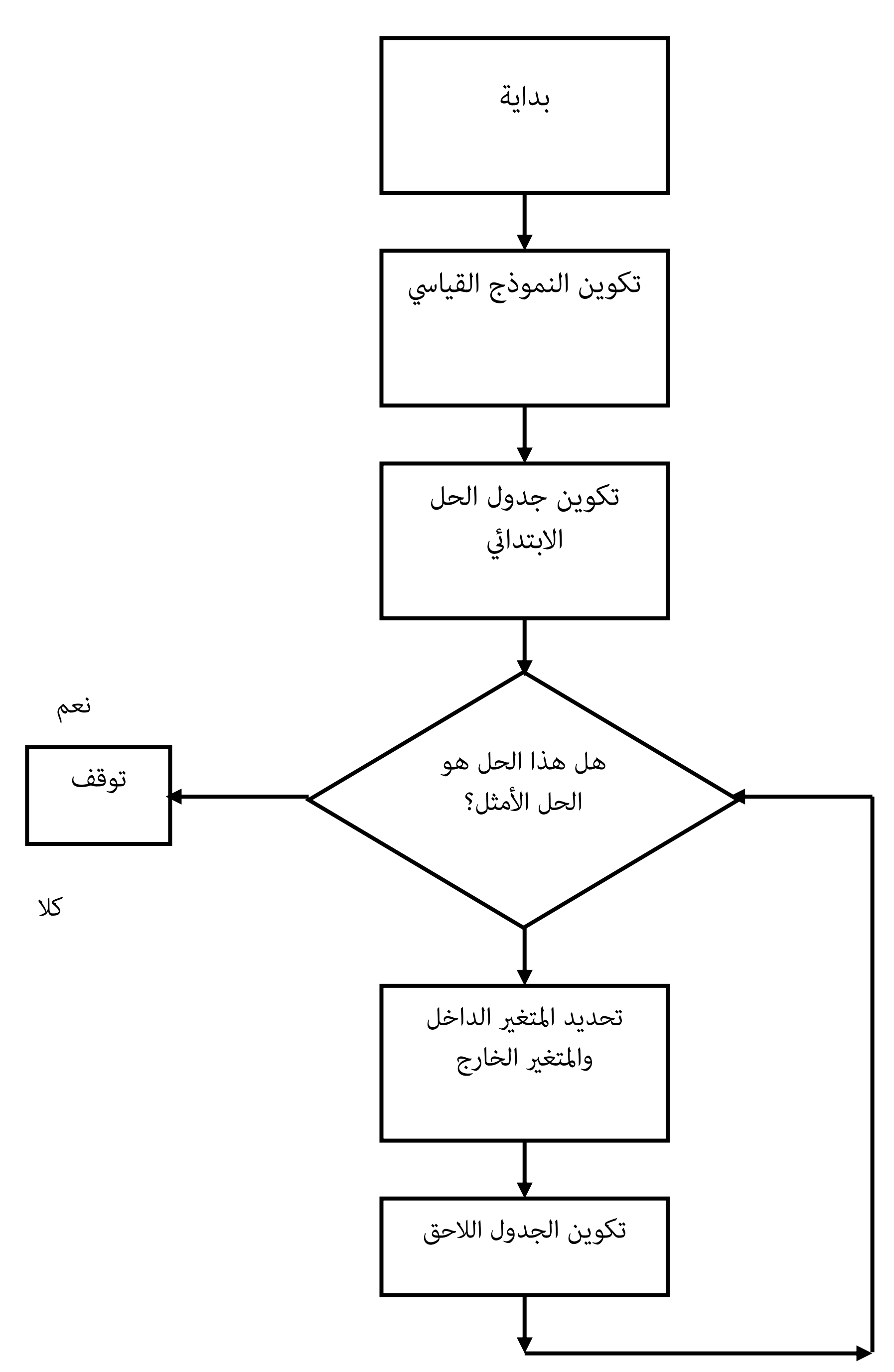
الحل:

- نفرض أن X_1 = عدد الوحدات من النوع الأول

  X_2 = عدد الوحدات من النوع الثاني

- النموذج الرياضي الذي يمثل المشكلة أعلاه كما يلي:





شكل (2-3) المخطط الانسيابي لمراحل الحل بطريقة السيمبلكس

نقوم بتكوين النموذج القياسي كما مبين أدناه:

$$Max\ 50X_1 + 40X_2 + OS_1 + OS_2 + OS_3$$

s.t

$3X_1 + 5X_2 + S_1 = 150$

$X_2 + S_2 = 20$

$8X_1 + 5X_2 + S_3 = 300$

$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$

- جدول الحل الابتدائي باستخدام معطيات النموذج القياسي كما موضح في الجدول (2-3).

من الجدول نلاحظ ما يلي:

- أن الحل الأساسي في الجدول يتمثل بوجود المتغيرات الخاملة في الحـل، أي أن قيمـة دالـة الهـدف = 0 وإن $S_1 = 120$، $S_2 = 20$، $S_3 = 300$، وهـذا يعنـي عـدم اسـتغلال الطاقـات الإنتاجية المتاحة بالكامل.

- تم استخراج قيم Zj كالآتي:

$$Z_1 = 0(3) + 0(0) + 0(8) = 0$$

$$Z_2 = 0(5) + 0(0) + 0(5) = 0$$

$$Z_3 = 0(1) + 0(0) + 0(0) = 0$$

$$Z_4 = 0(0) + 0(0) + 0(1) = 0$$

$$Z_5 = 0(0) + 0(0) + 0(1) = 0$$

قيمة دالة الهدف $Z_6 = 0(15) + 0(20) + 0(300) = 0$

- تم استخراج قيم $Cj - Zj$، بطرح معامل كل متغير في صف Cj من القيمة المناظرة لها في صـف Zj، فمثلًا معامل $X_1 = 50$، والذي يمثل C_1 و$Z_1 = 0$، إذن:

$$C1 = Z1 \Rightarrow 50 - 0 = 50$$

وهكذا لبقية القيم.

- قيمة دالة الهدف تمثل بقيمة (0)، التي تقع تحت عمود (bi)، وفي نهاية صف Zj.

جدول (2-3) الحل الابتدائي

الحل الأساسي	Cj	العمود المحوري X_1 50	X_2 40	S_1 0	S_2 0	S_3 0	b_i
S_1	0	3	5	1	0	0	150
S_2	0	0	1	0	1	0	20
S_3	0	8	5	0	0	1	300
Zj		0	0	0	0	0	0
Cj-Zj		50	40	0	0	0	

$\frac{1501}{3}=50$

$\frac{20}{0}=$

$\frac{300}{8}=37.5$

الصف المحوري

العنصر المحوري

3- من خلال تقييم قيم صف (Cj-Zj)، نلاحظ وجود قيم موجبة، وهذا يعني عدم تحقق الحل الأمثل؛ لذلك نبحث عن حل أفضل، من خلال تحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج. نبحث عن أعلى قيمة موجبة في صف (Cj-Zj)؛ لأنها تعطي أعلى مساهمة لدالة الهدف، وفي المثال الحالي تتمثل بـ (50)، والتي تقع تحت المتغير (X_1)، وبالتالي فإن (X_1) هو المتغير الداخل، وعموده هو العمود المحوري، أي أنّ العمود الأول هو العمود المحوري. نقوم بقسمة قيم عمود bi على قيم العمود المحوري كما يلي:

$$37.5=\frac{300}{8}\ ,\ 50=\frac{15}{3}$$

ونختار أقل حاصل قسمة موجبة، وهي 37.5؛ وبذلك فإن (S_3) هو المتغير الخارج، وإن الصف الثالث هو الصف المحوري، وإن العنصر (a_{31}) ويساوي (8) هو العنصر المحوري، والذي عنده يتقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري، كما مؤشر في الجدول (3-2).

4- نقوم بتكوين جدول جديد كما في الجدول (4-2)، الذي بموجبه نحصل على الحل الأفضل، وذلك بعد إجراء الحسابات التالية:

1-تكوين صف العمل، وذلك بقسمة الصف المحوري على العنصر المحوري :

$$\frac{8}{8}=1 \;,\; \frac{5}{8},\frac{0}{8}=0 \;,\frac{0}{8}=0 \;,\frac{1}{8},\frac{300}{8}=\frac{75}{2}$$

2-تكوين الصف الأول للجدول الجديد بموجب العلاقة التالية:

القيمة الجديدة =

(القيمة المقابلة في الصف المحوري) × (القيمة المقابلة لها في العمود المحوري)

abq

$$3-\frac{(8)(3)}{8}=0 \;,\; 5-\frac{(3)(5)}{8}=\frac{25}{8} \;,\; 1-\frac{(3)(0)}{8}=1 \;,$$

$$0-\frac{(3)(0)}{8}=0 \;,\; 0-\frac{(1)(3)}{8}=-\frac{3}{8} \;,\; 150-\frac{(300)(3)}{8}=\frac{75}{2}$$

3-تكوين الصف الثاني بالطريقة نفسها، ونحصل على:

20 0 1 0 1 0

جدول (4-2) الحصول على الحل الأفضل

الحل الأساسي	Cj	X_1 50	X_2 40	S_1 0	S_2 0	S_3 0	b_i
S_1	0	3	$\frac{25}{8}$	1	0	$-\frac{3}{8}$	$\frac{75}{2}$
S_2	0	0	1	0	1	0	20
X_1	50	1	$\frac{5}{8}$	0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{75}{2}$
Zj		50	0	$\frac{250}{8}$	0	0	$\frac{50}{8}$
Cj-Zj		0	40	$\frac{70}{8}$	0	0	$-\frac{50}{8}$

$$\frac{\frac{75}{2}}{\frac{25}{8}}=12 \qquad \frac{20}{1}=8 \qquad \frac{\frac{75}{2}}{\frac{5}{8}}=60$$

4-يتم احتساب صف Zj كما يلي:

$Z_1 = 0(0) + 0(0) + 50(1) = 50$

$$Z_2 = 0\left(\frac{25}{8}\right) + 0(1) + 50\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{250}{8}$$

$Z_3 = 0(1) + 0(0) + 50(0) = 0$

$Z_4 = 0(0) + 0(1) + 50(0) = 0$

$$Z_5 = 0\left(\frac{-3}{8}\right) + 0(0) + 50\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{50}{8}$$

$$Z_6 = 0\left(\frac{75}{2}\right) + 0(20) + 50\left(\frac{75}{2}\right) = 1875$$

قيمة دالة الهدف

5-حساب صف Cj-Zj كما يلي:

$C_1 - Z_1 = 50 - 50 = 0$

$$C_2 - Z_2 = 40 - \frac{250}{8} = \frac{70}{8}$$

$$C_3 - Z_3 = 0 - 0 = 0$$

$$C_4 - Z_4 = 0 - 0 = 0$$

$$C_5 - Z_5 = 0 - \frac{50}{8} = \frac{-50}{8}$$

5- يتم تقييم صف (Cj-Zj)، فنلاحظ وجود قيمة موجبة تحت المتغير (X_2)، وهذا يعني أن الحل الحالي لا يمثل الحل الأمثل؛ لذلك نقوم بتكرار الخطوات الأربعة التي أجريناها على جدول الحل الابتدائي؛ حيث يتحدد (X_2) كمتغير داخل؛ لأنه يمتلك أعلى قيمة موجبة في صف (Cj-Zj)، ويكون العمود الثاني هو العمود المحوري، ثم نقوم بقسمة قيم العمود (bi) على قيم العمود المحوري المناظرة لها، فنحصل على:

$$\frac{\frac{75}{2}}{\frac{25}{8}} = 12 \quad , \quad \frac{20}{1} = 20 \quad , \quad \frac{\frac{75}{2}}{\frac{5}{8}} 60$$

وكما نلاحظ، فإن أقل حاصل قسمة هو (12)، ويقابل المتغير الخامل (S_1) .

أي أن (S_1) هو المتغير الخارج، والصف الأول هو الصف المحوري، ثم نقوم باحتساب الصفوف بالقواعد نفسها التي تم شرحها سابقًا، فنحصل على الجدول المبسط (5-2).

الحل الأساسي	Cj	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_i
		50	40	0	0	0	
X_1	40	0	1	$\frac{8}{25}$	0	$-\frac{3}{25}$	12
S_2	0	0	0	$-\frac{8}{25}$	1	$\frac{3}{25}$	8
X_1	50	1	0	$-\frac{5}{25}$	0	$\frac{5}{25}$	30
	Zj	50	40	$\frac{14}{5}$	0	$\frac{26}{5}$	1980
	Cj-Zj	0	0	$-\frac{14}{5}$	0	$-\frac{26}{5}$	

نقوم بتقييم قيم صف (Cj-Zj) للجدول (5-2)، فنجد أن جميع قيم الصف أقل من أو تساوي صفرًا، أي أن الحل في هذا الجدول هو الحل الأمثل. ويتلخص الحل في إنتاج (30) جهازًا من النوع الأول و(12) جهازًا من النوع الثاني، وبقاء مكونات (8) أجهزة من النوع الثاني فائضة في المخزن، وإن قيمة الأرباح (1980). كما نلاحظ بأن قيمة (S_1) و(S_3) تساوي صفرًا، وهذا يعني أن طاقة قسم التجميع -والممثلة بالقيد الأول -قد استخدمت بالكامل، وأن طاقة التخزين -والممثلة بالقيد الثالث -قد استغلت بالكامل أيضًا.

2-3-2-1 تطبيق الطريقة المبسطة على مشكلة التقليل (Min):

لتوضيح أهم الفروقات في تطبيق الطريقة المبسطة على مشكلة التقليل، نأخذ المثال التالي، والذي يهدف إلى إيجاد أقل التكاليف عند إنتاج نوعين من المنتجات كما يلي:

النموذج الرياضي:

$$Min\ Z = 2X_1 + X_2$$

s. t

$$X_1 + 3X_2 \geq 30$$

$$4X_1 + sX_2 \geq 40$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

لحل النموذج أعلاه، نقوم بالخطوات التالية:

1-تكوين النموذج القياسي، باستخدام القواعد التي تم توضيحها سابقًا كما يلي:

$$Min\ 2X_1 + X_2 + OS_1 + Ma_1 + Ma_2$$

s. t

$$X_1 + 3X_2 + S_1 + a_1 = 30$$

$$4X_1 + 2X_2 - S_2 + a_2 = 40$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3, a_1, a_2 \geq 0$$

جدول (6-2) الحل الابتدائي

الحل الأساسي	Cj	X_1 2	X_2 1	S_2 0	a_1 M	a_2 M	b_i
a_1	M	1	3	0	1	0	30
a_2	M	4	2	-1	0	1	40
Zj		5M	5M	-M	M	M	70M
Cj-Zj		2-5M	1-5M	M	0	0	

ويلاحظ في النموذج أعلاه ما يلي:

Decision Variable متغيرات القرار:	X_1, X_2
Surplus Variable متغيرات فائضة:	S_1, S_2
Decision Variable متغيرات اصطناعية:	a_1, a_2
مقدار كبير جدًّا:	M

لذلك يسمى أسلوب الحل الذي يعتمد على استخدام (M) الكبيرة بأسلوب (إم الكبيرة) (Big-M)، ويحمل هذا المعامل إشارة موجبة في حالة دالة التقليل، وسالبة في حالة التعظيم. وإضافة (إم الكبيرة) تساعد في إخراج المتغيرات الاصطناعية من الحل الأمثل.

2- تكوين جدول الحل الابتدائي كما في الجدول (2-6)، وبالقواعد نفسها التي تم شرحها في طريقة التعظيم، مع وجود فرق أساسي، يتمثل في أن متغيرات الحل الأساسي أصبحت المتغيرات الاصطناعية، ويكون المتغير الاصطناعي متغيرًا أساسيًّا في الحل الابتدائي، عندما يوجد قيد بإشارة أكبر من أو يساوي (≥)، أو قيد بإشارة مساواة (=). ثم نقوم باختبار أمثلية الحل، على أساس أن جميع قيم صف (Cj-Z ≥ 0)، أي جميعها موجبة أو تساوي صفرًا، ونلاحظ وجود قيم سالبة، أي أن الجدول الحالي لا يمثل الحل الأمثل.

3- نحدد المتغير الداخل والخارج؛ في حالة مشكلة التقليل تكون قاعدة المتغير الداخل في البحث عن أعلى قيمة في صف (Cj-Zj) بإشارة سالبة. وفي المثال الحالي (M5-2)، وتقع هذه القيمة تحت المتغير (X_1)، وبالتالي سيكون (X_1) المتغير الداخل، والعمود الأول العمود المحوري، أمّا المتغير الخارج فيتم تحديده بالقاعدة نفسها التي استخدمت في مشكلة التعظيم. وفي المثال الحالي، فإن المتغير الخارج سيكون (a_2)؛ لأنه يقابل أقل حاصل قسمة (bi) على قيم العمود المحوري، ويكون الصف الثاني هو الصف المحوري.

4- تكوين جدول جديد بالقواعد نفسها التي تم توضيحها في مشكلة التعظيم، فيكون لدينا الجدول (2-7).

جدول (2-7) الحل الأفضل

الحل الأساسي	Cj	X_1	X_2	S_1	S_2	a_1	a_2	b_i
		2	1	0	0	M	M	
a_1	M	0	2.5	-1	0.25	1	0.25	20
X_1	2	1	0.5	0	-0.25	0	0.25	10
Zj		2	1+2.2M	-M	-0.5+0.25M	M	0.5-0.25M	
Cj-Zj		0	-2.5M	M	0.5-0.25M	0	1.25M-0.5	20+20M

5- نختبر أمثلية الحل في الجدول (2-7)، فنلاحظ وجود قيم سالبة، فنختار أعلى قيمة بإشارة سالبة، وتقع تحت المتغير (X_2)، ويكون المتغير الداخل (X_2)، والعمود الثاني العمود المحوري، و(a_1) المتغير الخارج؛ ومن ثم نكون جدولًا جديدًا كما في الجدول (8-2).

ومن خلال تقييم صف (Cj-Zj) في الجدول (2-8)، نلاحظ أن جميع القيم موجبة أو صفر، وهذا يعني أن الحل في هذا الجدول يمثل الحل الأمثل، والذي يعطي أقل قيمة لدالة الهدف، وتساوي (20)، وتنتج من المنتوج الأول (6) (X_1) وحدات والمنتوج الثاني (8) (X_2) وحدات.

جدول (2-8) الحل الأفضل

الحل الأساسي	Cj	X_1	X_2	S_1	S_2	a_1	a_2	b_i
		2	1	0	0	M	M	
X_2	1	0	1	-0.4	0.1	0.4	-0.1	8
X_1	2	1	0	0.2	-0.3	-0.2	0.3	6
Zj		2	0	0	-0.6	0	0.5	20
Cj-Zj		0	0	0	0.6	M	M-0.5	

أسئلة وتطبيقات عملية

س1: وضح مفهوم البرمجة الخطية، ثم بيِّن الحالات التي يمكن فيها أن تقدم البرمجة الخطية دعمًا لمتخذ القرار.

س2: ما هي أهم مستلزمات تطبيق البرمجة الخطية؟

س3: عدِّد فقط أهم الطرق المستخدمة في حل نموذج البرمجة الخطية.

س4: وضِّح مفهوم تحليل الحساسية وأهميته في دعم متخذ القرار.

س5: ما هو مفهوم سعر الظل؟ وكيف يمكن استخدامه في تقييم قرارات الاستثمار في الموارد المتاحة؟

س6: أوجد الحل الأمثل باستخدام طريقة الحل البياني لمشاكل البرمجة الخطية التالية:

$$\text{Max } Z = 4X_1 + 4X_2$$

s.t

$$3X_1 + 5X_2 \leq 150$$

$$X_1 - X_2 \leq 10$$

$$5X_1 + 3X_2 \leq 30$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Min } Z = X_1 + 2X_2$$

s.t

$$X_1 + 3X_2 \geq 90$$

$$8X_1 + 2X_2 \geq 160$$

$$3X_1 + 2X_2 \geq 120$$

$$X_2 \geq 70$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

س7: أدناه مجموعة من مشاكل البرمجة الخطية، والمطلوب تحديد نـوع الحالـة الخاصـة لكل مشكلة:

(1)	(2)
$Max\ 10X_1 + 10X_2$	$Max\ 3X_1 + 2X_2$
s.t	s.t
$2X_1 \le 10$	$X_1 \ge 2$
$2X_1 + 4X_2 \le 16$	$X_1 \ge 2$
$4X_2 \le 8$	$2X_2 \ge 8$
$X_1, X_2 \ge 0$	$X_1, X_2 \ge 0$

(3)	(4)
$Max\ X_1 + 2X_2$	$Max\ 3X_1 + 3X_2$
s.t	s.t
$X_1 \le 1$	$4X_1 + 6X_2 \le 48$
$2X_1 \le 2$	$4X_1\ 2X_1 \le 12$
$X_1 + 2X_2 \le 2$	$3X_2 \ge 2$
$X_1, X_2 \ge 0$	$X_1, X_2 \ge 0$

س8: أدناه نموذج للبرمجة الخطية:

$$Max\ 3X_1 + 5X_2$$

s.t

$$X_2 \leq 6$$
$$3X_1 + 2X_2 \leq 18$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

المطلوب:

(1) إيجاد الحل الأمثل باستخدام السيمبلكس.
(2) إيجاد الحل الأمثل بطريقة الحل البياني.
(3) ما هي نقاط الاشتراك بين طريقة السيمبلكس وطريقة الحل البياني في كل مرحلة من مراحل الحل؟

س9: أدناه نموذج للبرمجة الخطية:

$$Min\ Z = 50X_1 + 10X_2 + 75X_3$$

s.t

$$X_1 - X_2 = 1000$$
$$2X_1 + 2X_2 = 2000$$
$$X_1 \leq 1500$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

س10: كوِّن النموذج المقابل لمشاكل البرمجة الخطية التالية:

$$Max\ 80X_1 + 40X_2 + 12X_3 + 10X_4$$

s.t

$$X_1 + 2X_2 + X_3 + 5X_1 \leq 150$$
$$X_2 - 4X_3 + 8X_4 = 70$$
$$6X_1 + 7X_2 + 2X_3 - X_4 \geq 120$$
$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

$$Max\ 150X_1 + 100X_2 + 25X_3$$

s.t

$$5X_1 + X_2 = 500$$
$$X_2 - X_3 = 1000$$
$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 1500$$
$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

س11: أدناه الحل الأمثل لإحدى مشاكل البرمجة الخطية:

		X_1	X_2	S_1	S_3	Bi
الحل الأساسي	Cj	7	9	0	0	
X_1	10	1	4	2	0	160
S_2	0	0	6	-7	1	200
Zj		10	40	20	0	
Cj-Zj		0	-10	-20	0	1600

المطلوب:

1- ما هو سعر الظل لـ (S_1) و(S_2) و(S_3)؟

2- ما هو الحد الأقصى الذي يمكن لمتخذ القرار أن يزيد الاستثمار في (S_2)؟

3- ما هو مدى الأمثلية لـ (X_3)؟

الفصل الثالث

المسار الحرج

مقدمة:

تناولنا في الفصول السابقة مجموعة من النماذج الخطية، متمثلة في نموذج البرمجة الخطية وأسلوب النقل والتخصص، ونتناول في الفصل الحالي والفصل اللاحق نماذج مختلفة من مخططات شبكات الأعمال المستخدمة في جدولة الأعمال، والمتمثلة في المسار الحرج (CPM)Critical Path Method، ونماذج مراجعة وتقييم البرامج (PERT)Programme Evalution and Review Technique؛ حيث إنهما من الطرق الشائعة الاستخدام لتخطيط ومراقبة تنفيذ مشاريع وأعمال متوفر عنها معلومات سابقة، بما يتعلق بالتكاليف والزمن المطلوب لإنجاز العمليات التي يتضمنها هذا المشروع؛ بحيث يتمكن المسئولون عن التخطيط والتنفيذ من إنجاز هذه المشاريع والأعمال في أقصر وقت وبأقل التكاليف.

طريقة المسار الحرج:

تعتبر طريقة المسار الحرج امتدادًا للتطورات والتوسعات التي أجريت على أساليب سابقة، مثل مخططات كانت Gantt Chart؛ حيث تهدف طريقة المسار الحرج إلى مراقبة تنفيذ مشروع معين، يتكون من عدة مراحل أو عمليات (فعاليات)، وتحديد العمليات التي يستلزم وضعها تحت رقابة مستمرة؛ لأنها قد تسبب تعطيل إنجاز المشروع كله، وتحديد المسار الذي ينبغي تتبعه باستمرار؛ لأن أي تأخير يحدث للأنشطة التي تقع على هذا المسار، تؤدي إلى تعطيل المشروع بكامله.

ويتطلب استخدام هذه الطريقة ضرورة إعداد جدول زمني للأنشطة المختلفة التي يتكون منها المشروع؛ وذلك حتى يمكن إنجازه في أقل وقت ممكن وبالموارد المتاحة.

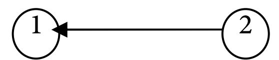
التعاريف الأساسية في طريقة المسار الحرج:

ـ الحدث (واقعة) Event:

هو إنجاز معين يحدث في نقطة زمن معينة، ولا يحتاج لوقت أو موارد بحد ذاته، ويمثل بدائرة (O).

ـ النشاط (فعالية) Activity:

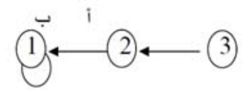
هو فعالية أو نشاط متمثل بعمل معين، والذي يتطلب توفر موارد ووقت لإنجازه، ويمثل بسهم (←———) فالشكل التالي:



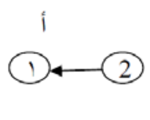
يمثل حدثين (1،2) مربوطين بنشاط، كل حدث يمثل نقطة معينة من الزمن، فالحدث رقم (1) يبين نقطة البدء، والحدث رقم (2) يبين نقطة النهاية، والنشاط الممثل بالسهم يبين الوقت اللازم لإنجاز العمل الفعلي؛ فالحدث لا يمثل وقتًا، وإنما يشير إلى نقطة البداية أو النهاية للوقت المطلوب لإنجاز النشاط، وهكذا يستلزم معرفة أن بين كل حدثين يوجد نشاط واحد فقط، علمًا بأن طول السهم لا يعبر عن طول النشاط، وإنما الوقت اللازم لإنجاز ذلك النشاط يجب أن يكتب رقميًا فوق أو تحت السهم الذي يعبر عنه.

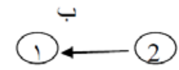
إن النشاط لا يبدأ إلا بعد وقوع الحدث الذي يسبقه أي أنه لا يمكن أن يبدأ إلا بعد إتمام كل الأنشطة التي تنتهي عند الحدث السابق له، وعمومًا يمكن أن يقال إن الأنشطة تنقسم إلى مجموعتين رئيسيتين:

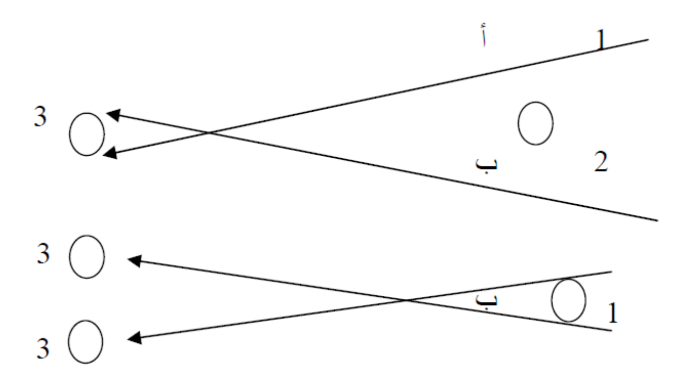
1-أنشطة متعاقبة: وهي الأنشطة التي تحدث في ترتيب متعاقب؛ ففي الشكل التالي نجد أن النشاط (أ) يسبق النشاط (ب)، والنشاط (ب) لاحق للنشاط (أ)، وعلى هذا الأساس لا يجوز البدء بتنفيذ النشاط (ب) إلا بعد إنجاز النشاط (أ).



2-أنشطة متوازية: هي الأنشطة التي يتم تنفيذها في الوقت نفسه، بحيث يتم تنفيذ نشاطين أو أكثر في وقت واحد، والشكل التالي يبين أن النشاطين (أ) و(ب) ينفذان بالوقت نفسه.



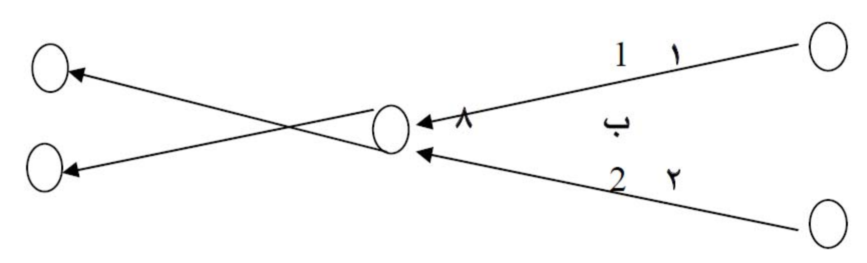




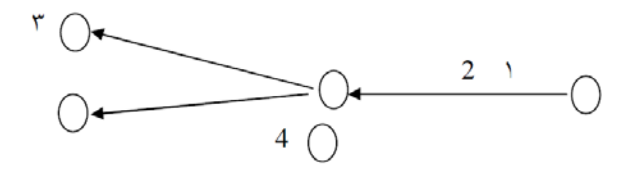
أنشطة متوازية

ممكن لشبكة العمل أن تحتوي على أشكال مختلفة مـن الأنـشطة أعـلاه؛ فالـشكل أدنـاه يبين أن النشاطين (أ) و(ب) أنشطة متوازية وأن النشاطين (ج) و (د) لا يمكن أن يبـدآ إلا بعـد إنجاز النشاطين (أ) و(ب).

(أنشطة متوازية وأنشطة لاحقة)



والشكل أدناه يبين أن النشاطين (ج، هـ) لاحقين للنشاط (أ)؛ حيث لا يجوز البدء بهـما إلا بعد إنجاز النشاط (أ).



أنشطة لاحقة لنشاط سابق

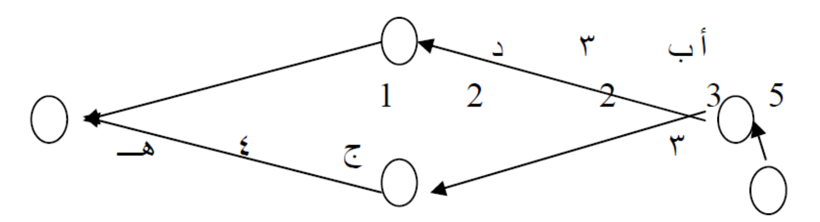
مثال: المعلومات التالية تخص بناء مشروع معين:

المسار	النشاط	الوقت اللازم لإنجاز النشاط
1 ـــ 2	أ	3
2 ـــ 3	ب	2
2 ـــ 4	ج	5
3 ـــ 5	د	3
4 ـــ 5	هـ	2

المطلوب:

رسم شبكة العمل لبناء هذا المصنع حسب تعاقب العمليات المشار إليها أعلاه.

الحل:



نلاحظ أن الحدث رقم (1) يبين بداية النشاط (أ)، والحدث رقم (2) يبين نهاية نشاط (أ)، وبالوقت نفسه يكون بداية نشاطين هما النشاط (ب) والنشاط (ج)، كما أن الحدث رقم (3) يبين نهاية النشاط (ب) وبداية النشاط (د)، وكذلك الحال بالنسبة للحدث رقم (4)؛ لذا نلاحظ -عند بداية الشبكة -أن الحدث رقم (1) يشير فقط إلى بداية نشاط (أ)، ولم يكن هذا الحدث نهاية لنشاط سابق، وعند نهاية الشبكة -كما نلاحظ في الحدث رقم (5) -فإنه يشير إلى نهاية نشاط أو أنشطة فقط، ولكن لم يكن بداية لنشاط لاحق؛ وذلك لأن فعاليات هذه الشبكة قد انتهت.

كما يبدو واضحًا أن الوقت اللازم لإنجاز المشروع ككل، هو الوقت المحسوب في أطول مسار من البداية إلى النهاية؛ حيث نلاحظ من الشبكة أعلاه أن هناك مسارين هما:

الأول: (1 ـــ 2)، (2 ـــ 3)، (3 ـــ 5).

الثاني: (1 ـــ 2)، (2 ـــ 4)، (4 ـــ 5).

وإذا راجعنا شبكة هذا المصنع المشار إليها أعلاه، نلاحظ أن المسار الأول يستلزم (8) شهور (3+2+3)، والمسار الثاني يستلزم (10) شهور (3+5+2)، ولكون المسار الثاني هو أطول مسار، فهو يسمى بالمسار الحرج لإنجاز المشروع، والأنشطة الواقعة عليه يطلق عليها الأنشطة الحرجة؛ حيث نلاحظ أن المسار الحرج هو المسار الذي يحتاج إلى الوقت الأطول لإتمام مجموعة الأنشطة الموجودة فيه، وهذا المسار هو الذي يحدد الوقت اللازم لإنجاز هذا المشروع.

وكما نلاحظ من شبكة بناء المصنع أعلاه، أن كلا من النشاطين (2 ــ 3) أو (2 ــ 4) لا يمكن البدء بأي منهما قبل انتهاء النشاط (1 ــ 2)، كما لا يمكن البدء بالنشاط (3 ــ 5) إلا بعد إنجاز النشاط (2 ــ 3) وكذلك الحال، لا يمكن البدء بالنشاط (4 ــ 5) قبل إنجاز النشاط (2 ــ 4).

ومن ناحية أخرى يمكن تصنيف الأنشطة على أنها:

1. الأنشطة الحقيقية Real Activities
2. الأنشطة الوهمية Dummy Activities

تعبر الأنشطة الحقيقية عن الأعمال التي يجب تنفيذها للانتقال من حدث (واقعة) Event معين على شبكة العمل الخاصة بتنفيذ مشروع معين، إلى حدث آخر، وعلى هذا الأساس، فإنها تمثل إنجازات معينة، تأخذ وقتًا في تنفيذها، وبالإضافة إلى ذلك فإنها تتطلب موارد أخرى لازمة لهذا التنفيذ، متمثلة بتوفير المواد والعمل والأجهزة المختلفة. كما يعبر عن الأنشطة الحقيقية في شبكة العمل بخطوط متصلة، تربط الأحداث (Event) للأنشطة المختلفة.

أما الأنشطة الوهمية فهي الأنشطة التي لا تستغرق وقتًا، ولا تستلزم أي موارد، أي أن الوقت المستغرق من قبل النشاط الوهمي يعادل صفرًا، وعادة يعبر عن النشاط الوهمي في صورة سهم ذات خطوط متقطعة (على شكل خط متقطع)، ويعبر عنه بهذا الشكل من أجل تمييزه عن الأنشطة الحقيقية، وتستخدم الأنشطة الوهمية بشكل عام في ثلاث حالات رئيسة هي:

1. يستخدم النشاط الوهمي للتعبير عن علاقات متقطعة تتابعية بين الأنشطة المختلفة المكونة للشبكة. ولنأخذ مثال عملية تغير الإطار المطلوب في السيارة؛ حيث تتكون من الأنشطة التالية:

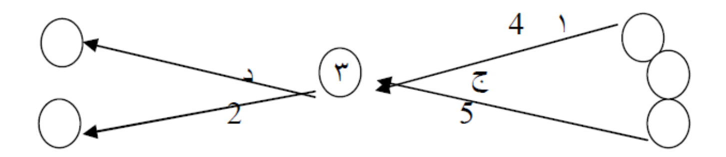
النشاط (أ): نزع الإطار.

النشاط (ب) تصليح الإطار المعطوب.

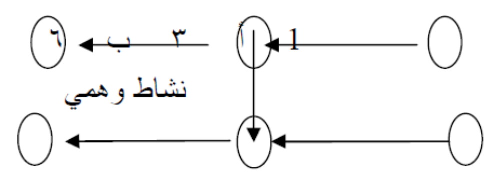
النشاط (ج) إحضار إطار احتياطي.

النشاط (د) تركيب الإطار الاحتياطي

والشبكة التالية تعبر عن عملية تغيير الإطار أعلاه:

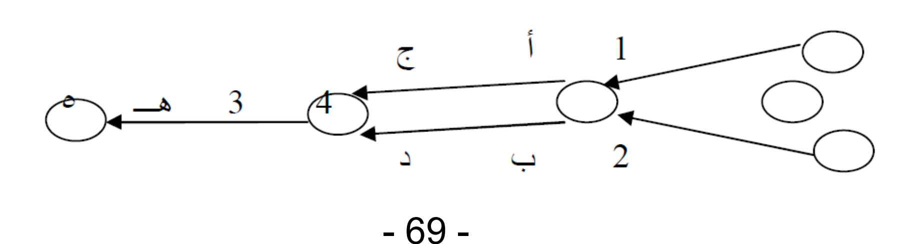


ونلاحظ من الشبكة أعلاه أن النشاطين (ب)، (د) يجب أن يعقبا النـشاط (أ)، كـما أن النـشاط (د) لاحق للنشاط (ج)، وهذا أيضًا صحيح، وهناك خطأ في الشبكة أعلاه، تجـسد بـأن النـشاط (ب) يتبع النشاط (ج)، كما أن النشاط (ب) لا يمكن أن يبدأ إلا إذا تم النشاطان (أ)، (ج) معًا؛ ومن أجل معالجة الموقف أعلاه، فإننا نستطيع إعادة رسم الشبكة، مـستخدمين نـشاطًا وهميًّا وبالشكل التالي:

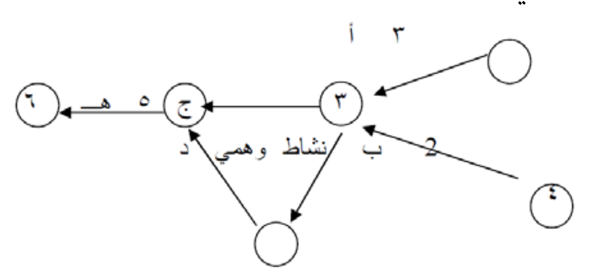


واضح من الشكل أعـلاه أن النـشاط (د) لا يمكـن البـدء بـه إلا بعـد إكـمال النـشاطين (أ) و(ج)، كما أن النشاط (ب) يمكن البدء به بعد إنجاز النشاط (أ)، ولكنه لا يعتمد على النـشاط (ج).

2. يستخدم النشاط الوهمي من أجل فك الارتباط بين حدثين بـأكثر مـن نـشاط، في حالـة وجود نشاطين موازيين، يحدثان في الوقت نفسه، ولكن يجب أن لا يرتبط النـشاطين نفـسيهما بحدثين كما هو في الشكل التالي:

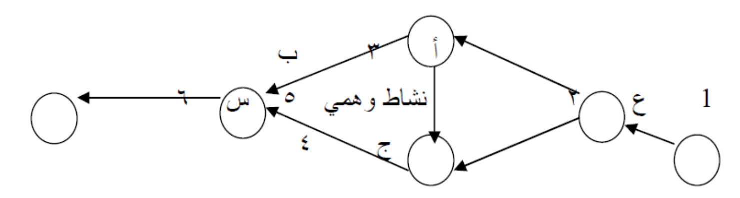


حيث نلاحظ من الشكل أعلاه بأن النشاطين (ج) و(د) يمكن وصفهما بأنهما النشاط (3 ــ 4). ومن أجل تجنب هذا الخطأ، علينا استخدام النشاط الوهمي؛ من أجل فك ارتباط هـذين النشاطين، وبالشكل التالي:



ومن خلال إضافة النشاط الوهمي، اتضح من الشبكة أعلاه، بأن كلا مـن النـشاطين (ج)، (د) أخذا مسارين مستقلين عن بعـضهما الـبعض، فـنلاحظ أن النـشاط (ج) مـساره (3 ـــ 5)، والنشاط (د) مساره (4 ــ 5).

3. استخدام الأنشطة الوهمية من أجل إضـفاء نـوع مـن الوضـوح والملاءمـة عـلى شـبكة العمل؛ حيث إن شبكة العمل يجب أن تكون لها نقطـة بدايـة واحـدة ونقطـة نهايـة واحـدة، والآن نعيد رسم شبكة العمل الخاصة بتبديل الإطار المعطـوب في الـسيارة المـشار إليـه سـابقًا، ويتم من خلال إضافة نشاطين، يقومان مقام الأنشطة الوهمية، وهما النشاط (ع) ومـساره (1 ــ 2)، والنـشاط (س) ومـساره (5 ــ 6) -علـمًا بـأن هـذين النـشاطين لا يـستهلكان وقتًـا ولا يحتاجان إلى موارد -والشبكة المعدلة تكون كما يلي:



ونتناول الآن بعض الأمثلة على كيفية رسم شبكات الأعمال:

مثال:

نفرض أن عملية إقامة مبنى تتضمن الأنشطة التالية:

النشاط ومساره وصف النشاط

أ (1 ــــ 2) استلام الموقع وتطهيره.

ب (2 ــ 3) الحفر.

ج (1 ــــ 3) الحصول على الأسمنت والمواد الأخرى.

د (3 ــــ 4) وضع الأساسات.

هـ (4 ــــ 5) إقامة المبنى.

و (5 ــ 6) نشاط وهمي.

ل (5 ــــ 7) توصيل الكهرباء.

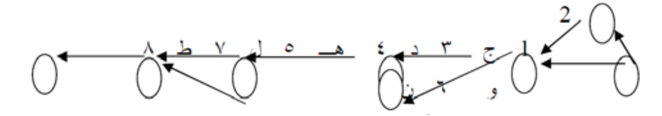
ن (6 ــــ 7) أعمال النجارة.

ط (7 ــــ 8) أعمال البياض.

المطلوب:

ارسم شبكة العمل الخاصة بإقامة المبنى أعلاه.

الحل:

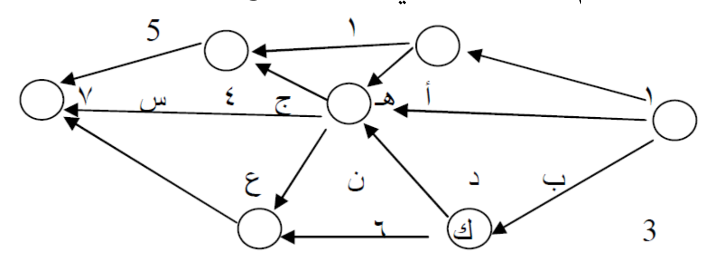


يبين الجدول التالي الأنشطة التي يتضمنها تنفيذ أحد المشروعات:

النشاط	مسار النشاط
أ	1 ــ 2
ب	1 ــ 3
ج	2 ــ 4
د	3 ــ 4
و	2 ــ 5
ل	4 ــ 5
ك	3 ــ 6
ن	4 ــ 6

س	4 ــ 7
ص	5 ــ 7
ع	6 ــ 7
هـ	1 ــ 4

المطلوب: ارسم شبكة العمل التي تخص المشروع أعلاه.



احتساب الوقت: من أجل التوصل لاحتساب الزمن اللازم لإنجاز المشروع، فإن طريقة المسار الحرج تتطلب توضيح التعابير التالية:

ــ البداية المبكرة للنشاط (Early start):

البداية المبكرة للنشاط عبارة عن أقرب وقت يمكن البدء فيه بتنفيذ ذلك النشاط.

ــ النهاية المبكرة للنشاط (Early Finish):

النهاية المبكرة عبارة عن أقرب وقت يمكن أن ينتهي فيه تنفيذ فعالية أو نشاط معين.

ــ وقت النشاط (Activity Time):

هو عبارة عن الوقت اللازم لإنجاز النشاط، وهذا الوقت في طريقة المسار الحرج يكون محددًا ومعلومًا، ويتم تزويده من قبل الإدارة، كما أن التكلفة يستلزم أن تكون محددة ومعلومة؛ أما في أسلوب بيرت فإن الوقت اللازم لإنجاز النشاط يكون متوقعًا (Expected)، أي يحسب وفق سياق معين، وسيتم تناول ذلك بالفصل القادم.

إن الوقت المبكر لبدء نشاط معين هو عبارة عن النهاية المبكرة للنشاط الذي سبق النشاط المعني، وإذا كان النشاط المعني هو النشاط الأول في شبكة العمل، يكون الوقت المبكر له (صفرًا)؛ وسبب ذلك أنه لا يوجد نشاط يسبق هذا النشاط المعني.

أما النهاية المبكرة لنشاط معين فهي عبارة عن البداية المبكـرة لهـذا النـشاط، مـضاف لـه الوقت اللازم لإنجازه، ولتوضيح ذلك نتناول المثال التالي:

مثال (1):

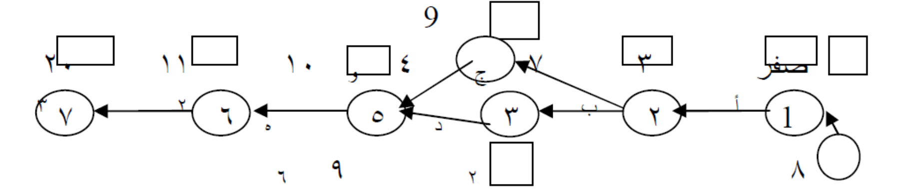
أعطيت لك المعلومات التالية التي تخص بناء مصنع معين:

النشاط	الوصف	الزمن اللازم (بالأشهر)	النشاط السابق
أ	إعداد تقرير الجدوى	3	—
ب	تنظيف الموقع وحفر الأساس	4	أ
ج	صب الأساس	2	ب
د	شراء المكائن	2	ب
هـ	البناء	6	د
و	تدريب الفنيين	3	ج
ر	نصب المكائن	2	هـ - و
ح	الإنتاج التجريبي والفحص	3	ر

المطلوب:

1. ارسم شبكة العمل الخاصة بالمشروع أعلاه.
2. تحديد البدايات والنهايات المبكرة.
3. احتساب المسار الحرج.

1. رسم شبكة العمل للمشروع أعلاه:



2. نلاحظ من شبكة العمل الخاصة بالمشروع أعلاه، بأن الوقت المبكر لبداية النشاط (أ) هي عبارة عن النهاية المبكرة للنشاط السابق، وطالما أن النشاط (أ) هو نشاط البداية في الشبكة أعلاه؛ لذا فإن البداية المبكرة للنشاط (أ) هو (صفر)، أما النهاية المبكرة لهذا النشاط فهي:

البداية المبكرة للنشاط (أ) + الوقت اللازم لإنجاز هذا النشاط:

= صفر+3 = 3 شهور.

أما البداية المبكرة للنشاط (ب) فهي النهاية المبكرة للنشاط (أ)، أي أن النشاط (ب) يبدأ عند نهاية النشاط (أ) مباشرة، أما النهاية المبكرة للنشاط (ب) فهي:

البداية المبكرة للنشاط (ب) + الوقت اللازم لإنجاز هذا النشاط:

= 3+4 = 7 أشهر.

أما البداية المبكرة للنشاط (ج) فهي عبارة عن النهاية المبكرة للنشاط (ب)، وتساوي (7)، أما النهاية المبكرة للنشاط (ج) فتساوي:

= 7 + 2 = 9 أشهر.

والبداية المبكرة للنشاط (و) هي النهاية المبكرة للنشاط (ج) وتساوي (9)، أي هذا النشاط يبدأ عند نهاية النشاط (ج) مباشرة، أما النهاية المبكرة للنشاط (و) فهي:

البداية المبكرة للنشاط (و) + الوقت اللازم لإنجاز هذا النشاط

= 9 + 2 = 12 شهرًا.

وطالما أن بداية النشاط (ر) تستلزم إنجاز النشاطين (و)، (هـ)؛ لذا يتطلب منا احتساب البداية والنهاية المبكرة للمسار الثاني (د، هـ)، وبالشكل التالي:

البداية المبكرة للنشاط (د) هي النهاية المبكرة للنشاط (ب)، وتساوي (7)؛ أما النهاية المبكرة للنشاط (د) فهي:

البداية المبكرة للنشاط (د) + الوقت اللازم لإنجاز هذا النشاط

= 7 + 2 = 9 أشهر.

أما بالنسبة للنشاط (هـ)، فإن بدايته المبكرة هي (9)، ونهايته المبكرة تساوي: البداية المبكرة للنشاط (هـ) + الوقت اللازم لإنجازه

= 9 + 6 = 15 شهرًا.

لذا فإن النشاط (ر) لن يبدأ إلا بعد اكتمال أطول مسار، وعلى هذا الأساس فإن البداية المبكرة للنشاط (ر) هي عبارة عن النهاية المبكرة للنشاط (هـ)، وتساوي (15). أما النهاية المبكرة للنشاط (ر) فهي:

البداية المبكرة للنشاط (ر) + الوقت اللازم لإنجازه = 15 + 2 = 17، وأخيرًا فإن البداية المبكرة للنشاط (ح) هي النهاية المبكرة للنشاط (ر)، وتساوي (17).

أما النهاية المبكرة للنشاط (ح) فتساوي:

البداية المبكرة للنشاط (ح) + الوقت اللازم لإنجازه = 17 + 3 = 20 شهرًا

3. أما المسار الحرج لشبكة العمل أعلاه، فهو يمثل أطول مسار، وهو المسار الذي يمثل الأنشطة (أ، ب، د، هـ، ر، ح)، وطوله (20) شهرًا، والأنشطة الواقعة على المسار الحرج تمثل الأنشطة الحرجة، ويطلق عليها الحرجة لأنها هي التي تتحكم بإنجاز المشروع ضمن الوقت المحسوب أي أن تأخير أي من هذه الأنشطة الحرجة سيتولد عنه تأخير المشروع بكامله، أما الأنشطة (ج، و) فهي أنشطة غير حرجة.

البداية المتأخرة والنهاية المتأخرة:

يمكن تعريف البداية المتأخرة لأي نشاط بأنها آخر وقت يمكن أن يبدأ فيه النشاط (الفعالية) دون أن يؤثر على إتمام المشروع في الوقت المحدد، وفقًا للمسار الحرج؛ أما النهاية المتأخرة فهي آخر وقت يمكن النشاط تحت الدراسة أن ينتهي دون أن يؤثر على إنجاز المشروع في وقته المحدد.

وتحسب البدايات والنهايات المتأخرة عن طريق المرور التراجعي، أي البدء من النشاط النهائي (الأخير)، الذي نعرف متى ينتهي، ثم نبدأ بالتراجع على المسارات المختلفة، مرورًا بجميع الأنشطة؛ لاحتساب كل البدايات والنهايات المتأخرة، وبالرجوع إلى مثالنا السابق عن تشييد المصنع، فإن آخر

نشاط هو الإنتاج التجريبي رقم (ح)، والمدة اللازمة لإنجاز المشروع كله، وبالتالي هذا النشاط -وفقًا لحساباتنا -(المسار الحرج) هو (2) شهران، أما البداية المتأخرة فهي عبارة عن موعد انتهاء هذا النشاط مطروحًا منه الوقت الذي يستغرقه هذا النشاط، وهو (3) شهور، وبالتالي:

البداية المتأخرة لنشاط (ح) = النهاية المتأخرة لنشاط (ح)، والزمن اللازم لإنجاز النشاط (ح) = 20 – 3 = 17.

وحيث إن الرجوع إلى بداية المشروع يعني الرجوع عبر ممرين، فنبدأ أولًا عبر المسار الحرج، وبعدها المسارات الأخرى.

علمًا بأن النهاية المتأخرة لأي نشاط هي البداية المتأخرة للنشاط الذي يليه، والجدول أدناه يبين البدايات والنهايات المتأخرة لتنفيذ المشروع في المثال(1):

النشاط	الزمن بالأشهر	بداية متأخرة	نهاية متأخرة
أ	3	صفر	3
ب	4	3	7
ج	2	10	12
د	2		9
هـ	6	9	15
و	3	12	15
ر	2	15	17
ح	3	17	20

الوقت الفائض:

يعرف الوقت الفائض (أو الزمن الإضافي الإجمالي) لأي نشاط من الأنشطة، بأنه الفرق بين البداية المتأخرة والبداية المبكرة لهذا النشاط، أو الفرق بين النهاية المتأخرة لهذا النشاط ونهايته المبكرة، والتعريف السابق ناتج عن واقع العمل؛ حيث إن البداية المتأخرة تمثل آخر وقت يمكن أن نبدأ

فيه هذا النشاط، على أن لا يتأخر إنهاء المـشروع عـن الوقـت المحـدد؛ نتيجـة تحليـل المـسار الحرج.

بينما تمثل البداية المبكرة أقرب وقت يمكـن البـدء فيـه بهـذا النـشاط؛ نتيجـة لتسلـسل العمليات، وعلى هذا الأساس يمثل الفرق بين البداية المتأخرة والبداية المبكرة الـزمن الفـائض، وهو الوقت الذي يمكن تأخير الابتداء في النشاط بدون أن يؤثر ذلك على موعـد الانتهـاء مـن المشروع طبقًا للزمن المحدد في المسار الحرج، والجدول التالي يوضح احتـساب الـزمن الفـائض للمثال رقم(1).

النشاط	بداية متأخرة	بداية مبكرة	الفائض	نهاية متأخرة	نهاية مبكرة	الفائض
أ	صفر	صفر	صفر	3	3	صفر
ب	3	3	صفر	7	7	صفر
ج	10	7	3	12	9	3
د	7	7	صفر	9	9	صفر
هـ	9	9	صفر	15	15	صفر
و	9	9	3	15	12	3
ر	15	15	صفر	17	17	صفر
ح	17	17	صفر	20	20	صفر

مثال: أدناه تفاصيل الأحداث والأنشطة لمشروع معين مدرجة بالجدول أدناه:

الأنشطة	الزمن المطلوب
1 ــ 2	2
1 ــ 3	1
2 ــ 5	3
2 ــ 6	5
3 ــ 5	4
5 ــ 6	1
3 ــ 4	3
4 ــ 7	2

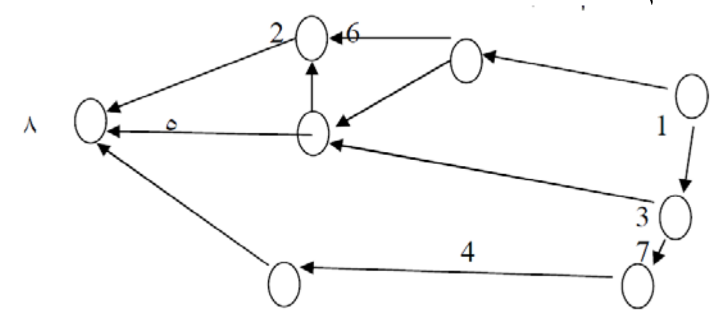
	8 ــ 5
6	8 ــ 6
1	8 ــ 7

المطلوب:

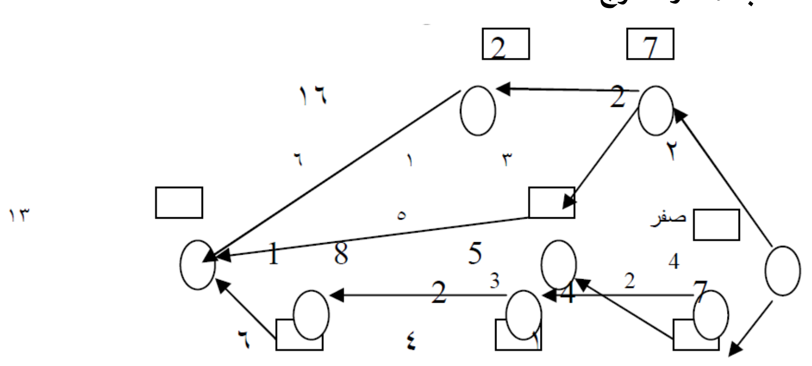
1. رسم شبكة العمل لهذا المشروع.
2. تعين الوقت اللازم لإنجاز هذا المشروع.
3. تحديد البداية المبكرة والنهاية المبكرة للمشروع.
4. تحديد البداية المتأخرة والنهاية المتأخرة.
5. تحديد الوقت الفائض.

الحل:

1-رسم الشبكة:



2. احتساب المسار الحرج



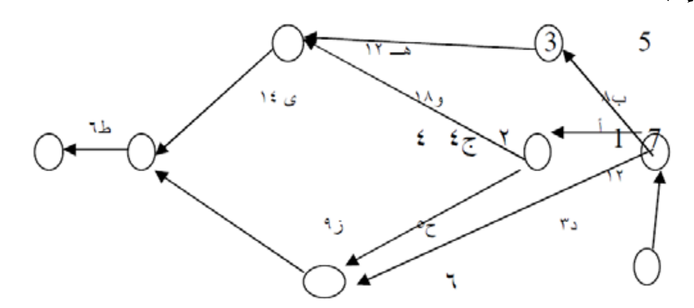
المسار الحرج = 13 أسبوعًا، ويتمثل بالمسارات من (1ــ 2)، (2 ـــ 6)، (6 ــ 8).

3.احتساب الوقت الفائض:

النشاط	البداية المتأخرة	البداية المبكرة	الفائض	النهاية المتأخرة	النهاية المبكرة	الفائض
(1 ـ 2)	صفر	صفر	صفر	2	2	صفر
(3 ـ 1)	1	صفر	1	2	1	1
(5 ـ 2)	3	2	1	6	5	1
(5 ـ 3)	2	1	1	6	5	1
(6 ـ 2)	2	2	صفر	7	7	صفر
(6 ـ 5)	6	5	1	7	6	1
(4 ـ 3)	7	1	6	10	4	6
(7 ـ 4)	10	4	6	12	6	6
(8 ـ 5)	6	5	1	13	12	1
(8ـ6)	7	7	صفر	13	13	صفر
(8 ـ 7)	12	6	6	13	7	6

مثال:

الشبكة أدناه تمثل الأنشطة الخاصة ببناء مصنع للطاقة الكهربائية، مبينًا عليها الوقت اللازم لإنجاز كل نشاط.



المطلوب:

1. حدد المسار الحرج للشبكة أعلاه.

2. احسب الوقت الفائض لأنشطة الشبكة.

الحل:

1. تحديد المسار الحرج:

يتم تحديد المسار الحرج للشبكة أعلاه، من خلال حساب البداية والنهاية المبكرة لكل نشاط، وبالشكل التالي:

النشاط (أ): نلاحظ أن حدث البداية للنشاط (أ) هو الحدث رقم (1)، وبما أن هذا الحدث هو حدث البداية للشبكة أعلاه، فإن البداية المبكرة لنشاط (أ) ستكون (صفرًا)؛ وسبب ذلك أنه لا يوجد نشاط يسبق هذا النشاط، أما النهاية المبكرة لنشاط (أ) فهي عبارة عن البداية المبكرة له، مضاف لها الوقت اللازم لإنجاز هذا النشاط، ومقدارها (12) أسبوعًا، وبذلك تكون النهاية المبكرة لنشاط (أ) تساوي (12).

يلاحظ من الشبكة أعلاه أن حدث رقم (2) -وهو حدث نهاية نشاط (أ) -سيكون حدث البداية لثلاثة أنشطة هي (ب، ج، د)، وبناء على ذلك فإن البداية المبكرة للأنشطة الثلاثة تحسب بالشكل التالي:

النهاية المبكرة لنشاط (ب) = النهاية المبكرة لنشاط أ + الوقت اللازم لإنجاز النشاط ب

= 12 + 8 = 20.

النهاية المبكرة لنشاط ج = 12 + 4 = 16.

النهاية المبكرة لنشاط د = 12 + 3 = 15.

وكما يلاحظ أيضًا من الشبكة الحدث رقم (4) -وهو حدث النهاية للنشاط (ج) -يمثل حدث البداية للنشاطين (و، ح)، وبناء على ذلك فإن البداية المبكرة لهذين النشاطين هي عبارة عن النهاية المبكرة للنشاط (ج)، وتساوي (16)، أما النهاية المبكرة لهذين النشاطين فتحسب كما يلي:

النهاية المبكرة للنشاط (و) = 16 + 18 = 34.

النهاية المبكرة للنشاط (ح) = 16 + 5 = 21.

إن الحدث رقم (3) -الذي يمثل حدث النهاية للنشاط (ب) -يعتبر حدث البداية للنشاط (هـ)، وتكون البداية المبكرة له عبارة عن النهاية المبكرة لنشاط (ب)، ومقدارها (20)، وتحسب النهاية المبكرة كما يلي:

النهاية المبكرة للنشاط (هـ) = 20 + 12 = 32.

يلاحظ من الشبكة أعلاه أن الحدث رقم (5) يمثل حدث النهاية للنشاطين (هـ و)؛ بالوقت نفسه يعتبر حدث البداية للنشاط (ي)، وبما أن النشاط (ي) يعقب النشاطين (هـ و)؛ حيث لا يمكن البدء به إلا بعد إكمال (إنجاز) هذين النشاطين، وبناء على ذلك تحدد البداية المبكرة للنشاط (ي) بأكبر النهايتين المبكرتين للنشاطين السابقين، ومن المعلومات السابقة نلاحظ أن النهاية المبكرة للنشاط (و) تساوي (32)، أما النهاية المبكرة للنشاط (و) فتساوي (34)، ويتم الأخذ بأكبر قيمة، والتي تمثل أطول مسار، وهي (34)، والتي تمثل النهاية المبكرة للنشاط (هـ)؛ أما النهاية المبكرة لنشاط = 34 + 4 = 38؛ أما الحدث رقم (6) الذي يمثل حدث النهاية للأنشطة (ح، د) فيعتبر حدث البداية للنشاط (ز)، وبما أن النشاط (ز) يعتبر نشاطًا يعقب النشاطين أعلاه؛ لذا لا يجوز البدء به إلا بعد إنجاز هذين النشاطين، وبناء على ذلك فإن بدايته المبكرة تحدد بأطول نهاية مبكرة للنشاطين اللذين يسبقان هذا النشاط، وهما:

النهاية المبكرة للنشاط (ح) = 31.

النهاية المبكرة للنشاط (د) = 15.

إذن البداية المبكرة للنشاط (ز) تساوي (21)، والتي تمثل أطول مسار يسبق البدء بالنشاط (ز)، والمتمثلة بالنشاط (ح).

النهاية المبكرة للنشاط (ز) = النهاية المبكرة له + الوقت اللازم لإنجازه =

21 + 9 = 30.

إن حدث رقم (7) -والذي يمثل حدث النهاية للنشاطين (ي، ز) -يعتبر حدث البداية للنشاط (ط)، وبما أن النشاط (ط) يعقب النشاطين (ي، ز)،

فلا يجوز البدء به إلا بعد إكمال (إنجاز) هذين النشاطين؛ لذا فإن البداية المبكرة للنـشاط (ط) تمثل أكبر نهاية مبكرة للنشاطين اللذين يسبقان هذا النشاط، وهما:

النهاية المبكرة للنشاط (ي) = 38.

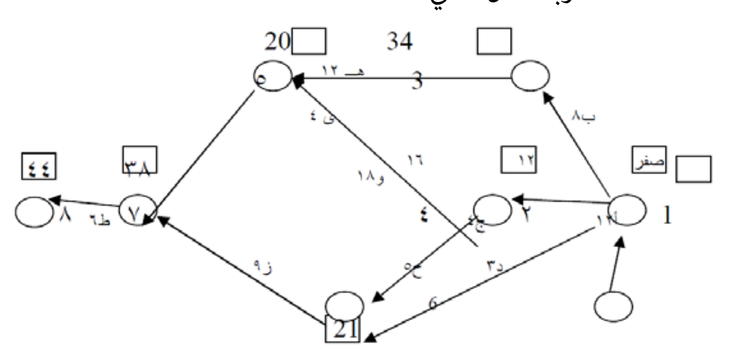
النهاية المبكرة للنشاط (ز) = 30.

إذن البداية المبكرة للنشاط (ط) هـي (38)، أمـا النهايـة المبكـرة للنـشاط (ط) = 38 + 6 =44.

الوقت اللازم لإنجاز الشبكة أعلاه هو (44) أسبوعًا، والذي يمثل أطـول مـسار في الـشبكة، ويطلق عليه المسار الحرج، ويمثل الأنشطة التالية:

(أ، ج، و، ي، ط)، وهذه الأنشطة يطلق عليها الأنشطة الحرجـة؛ لأنهـا هـي التـي تـتحكم بإنجاز المشروع أعلاه، وهذا يعني أن حدوث أي تأخير على إنجـاز الأنـشطة الحرجـة في الوقـت المحدد لها، سيؤدي في النهاية إلى تأخير إنجاز الشبكة بكاملها.

والآن نعيد رسم الشبكة مبين عليها البداية المبكـرة (Early start) والنهايـة المبكـرة (Early Finish) للأنشطة المختلفة وبالشكل التالي:



المسار الحرج يمثل الأنشطة (أ، ج، و، ي، ط)، وطوله (44) شهرًا.

2. احتساب الوقت الفائض: حتى يتم احتساب الوقت الفائض، يستلزم تحديد البداية والنهاية المتأخرة لكل نشاط؛ حيث يستلزم حسابهما بالمرور التراجعي من نهاية الشبكة، حيث يمثل طول المسار الحرج (44) شهرًا النهاية المتأخرة للشبكة أعلاه، والذي يمثل بالوقت نفسه النهاية المتأخرة لآخر نشاط في الشبكة، وهو النشاط (ط)، وتحسب البداية المتأخرة لهذا النشاط كما يلي: البداية المتأخرة للنشاط (ط) = النهاية المتأخرة له + الوقت اللازم لإنجازه = 44 – 6 = 38. ونلاحظ أن البداية المتأخرة للنشاط (ط)، تكون النهاية المتأخرة للنشاط أو الأنشطة التي تسبقه.

والجدول التالي يمثل البداية والنهاية المتأخرة لأنشطة الشبكة أعلاه

النشاط	الوقت اللازم لإنجازه	البداية المتأخرة	النهاية المتأخرة
أ	12	صفر	12
ب	8	14	22
ج	4	12	16
د	3	26	29
هـ	12	22	34
و	18	16	34
ح	5	24	29
ز	9	29	38
ي	4	34	38
ط	6	38	44

واضح من الجدول أعلاه، عندما نريد تحديد النهاية المتأخرة لنشاط معين -علمًا بأن حدث النهاية لهذا النشاط يمثل حدث البداية لعدة أنشطة -ففي هذه الحال نحسب البدايات المتأخرة للأنشطة التي تعقب هذا النشاط، ونأخذ أصغرها، كما هو الحال في حالة النشاط (ج)؛ حيث هناك نشاطان يعقبان هذا النشاط، وهما (و، ح)؛ حيث تم احتساب البداية المتأخرة للنشاط (و) وكانت (16)، وحيث البداية المتأخرة للنشاط (ح) وكانت (24). إذن النهاية المتأخرة للنشاط (ج) أصغر قيمة، وهذه هي (16)، وكذلك الحال بالنسبة للنشاط (أ)؛ حيث هناك ثلاثة أنشطة تعقب هذا النشاط، وهي (ب، ج، د)؛ حيث تم حساب البدايات المتأخرة لهذه الأنشطة حيث كانت:

البداية المتأخرة للنشاط (ب) = 14.

البداية المتأخرة للنشاط (ج) = 12.

البداية المتأخرة للنشاط (د) = 26.

والنهاية المتأخرة للنشاط (ج) تمثل أصغر القيم أعلاه، وهي (12)، وتمثل بالنشاط (ج).

ويتم احتساب الوقت الفائض، والذي يمثل حاصل الفرق بين البداية المتأخرة والبداية المبكرة، أو الفرق بين النهاية المتأخرة والنهاية المبكرة، والجدول التالي يحسب الوقت الفائض وفقًا للطريقتين أعلاه.

النشاط	البداية المتأخرة	البداية المبكرة	الفائض	النهاية المتأخرة	النهاية المبكرة	الفائض
أ	صفر	صفر	صفر	12	12	صفر
ب	14	12	2	22	20	2
ج	12	12	صفر	16	16	صفر
د	26	12	14	29	15	14
هـ	22	20	2	34	32	2
و	16	16	صفر	34	34	صفر
ح	24	16	8	29	21	8
ز	29	21	8	38	30	8
ي	34	34	صفر	38	38	صفر
ط	38	38	صفر	44	44	صفر

الفصل الرابع

أسلوب مراجعة وتقييم البرامج - بيرت

مقدمة:

ظهرت أساليب الأعمال لتلافي العيوب الخاصة بخرائط جانت، والتي كانت تستخدم في وضع البرامج الزمنية لتنفيذ المشروعات، ولكنها كانت لا توضح علاقات الترابط والتتابع بين الأنشطة المختلفة، وبالتالي لا يمكن التعرف على آثار التأخير في تنفيذ أنشطة معينة على زمن التنفيذ الكلي، وتنقسم أساليب شبكات الأعمال إلى أسلوبين هما:

1. أسلوب تقييم ومراجعة البرامج، أو ما يسمى اختصارًا بأسلوب بيرت PERT.
2. أسلوب أو طريقة المسار الحرج.

وهذان الأسلوبان، وإن كانا يعتمدان على مبادئ واحدة؛ ولذلك دائمًا ما يشار إليهما بأساليب شبكات الأعمال، إلا أن هناك فروقًا جوهرية بينهما، ومن أهمها ما يلي:

1. إن أسلوب المسار الحرج يعتبر نموذجًا تحديديًّا، يقوم على التأكد؛ حيث يعطي تقديرًا واحدًا لزمن تنفيذ كل نشاط من أنشطة المشروع، أما أسلوب بيرت فإنه نموذج احتمالي يقوم على عدم التأكد.

2. إن التكلفة في أسلوب المسار الحرج لا تكون واضحة، بينما يتم الإفصاح عنها في أسلوب بيرت؛ ولذلك يتمكن الأسلوب الأخير من تحديد الحل الأمثل، الذي يوفق بين وقت تنفيذ المشروع من ناحية وبين التكاليف من ناحية أخرى.

ونخلص مما سبق أن الأسلوبين يتشابهان في خطوات الحل، ولكنهما يختلفان في التقديرات التي يعتمد عليها كل منهما؛ فأسلوب المسار الحرج تكون تقديراته مؤكدة، في حين أن أسلوب بيرت تكون التقديرات احتمالية، ومعنى احتمالية أنه عند تقدير الوقت والتكلفة نجد هناك ثلاثة تقديرات مختلفة، هي:

1. التقدير المتفائل: ويفترض هذا الأسلوب أن تنفيذ المشروع سيتم في أقل وقت ممكن وفي ظل أفضل ظروف للتشغيل، ويرمز لهذا التقرير بالرمز (ف).

2. التقدير الأكثر احتمالًا: ويفترض هذا التقدير أن المشروع سيتم تنفيذه في ظل الظروف العادية، ويكون احتمال تنفيذه في هذا الوقت أكثر احتمالًا من أي وقت آخر، ويرمز له بالرمز (ح).

3. التقدير التشاؤمي: ويفترض فيه أن العمل سوف يتم في أكبر وقت، وأن ظروف التشغيل سوف تسير على أسوأ ما يمكن، ويرمز له بالرمز (ش).

وقد وجد مكتشفو أسلوب بيرت أن هذه التقديرات تخضع لتوزيع بيتا، وأنه يمكن حساب الوقت المتوقع لزمن كل نشاط باستخدام المتوسط الحسابي لهذه التقديرات، بعد إعطاء كل تقدير أوزانًا معينة، وذلك يعطي للتقدير المتفائل (1)، والأكثر احتمالًا (4)، والمتشائم (1)، وبالتالي فإن:

$$\text{الوقت المتوقع للنشاط} = \frac{\text{ف} + 4\,\text{حـ} + \text{ش}}{6}$$

حيث:

ف = التقدير المتفائل. ح = التقدير الأكثر احتمالًا.

ش = التقدير المتشائم.

ويجب مراعاة الدقة في إعداد التقديرات الزمنية للانتهاء من المشروع، والتي سيتم من خلالها رسم شبكة الأعمال، والتي تبين الأحداث والأنشطة التي يجب تنفيذها لتحقيق الهدف النهائي، وبذلك تكون العناصر الرئيسة لشبكة الأعمال هي: الحدث والنشاط والمسار.

وسوف نبين مفهوم كل منها على النحو التالي:

1. **الحدث** Event: وهو يمثل لحظة بداية أو نهاية نشاط معين من أنشطة المشروع، وعادة ما يعبر عنه بأشكال هندسية، مثل الدائرة، وكل حدث يأخذ رقمًا؛ إما بالتسلسل أو بشكل عشوائي.

2. **النشاط** Activity: وهو يعبر عن الأداء الفعلي لعمل ما، والذي كان له حدث بداية وحدث نهاية، ويحتاج إلى وقت وموارد، ويتم ربط حدث البداية وحدث النهاية بسهم يعبر عن النشاط، يتجه نحو حدث النهاية؛ ولذلك يأخذ الحدث والنشاط الشكل التالي:

حدث البداية (١) ← (٢) حدث النهاية

ويرتبط كل نشاط بالأنشطة الأخرى من خلال أسهم ودوائر.

3. المسار Path: ويعبر عن التتابع المستمر للأنشطة منذ حدث البداية وحتى النهاية، وقد يكون للشبكة الواحدة أكثر من مسار، ويسمى أطول مسار فيها بالمسار الحرج، وتسمى الأنشطة التي تقع عليه بالأنشطة الحرجة.

وبذلك يمكن القول إنه من خلال شبكة الأعمال نستطيع معرفة ما يلي:

1. زمن المسار الحرج، وأطول زمن لتنفيذ المشروع.
2. الوقت الراكد، وهو الفرق بين الوقت المتأخر للحدث والوقت المبكر له.
3. الوقت المتأخر، ويرمز له بالرمز (ق2)، وهو الوقت الذي يجب أن لا يتأخر عنه تنفيذ النشاط؛ حيث يتم الانتهاء من المشروع بالكامل في الوقت المحدد، ويحسب عن طريق البدء من نهاية الشبكة حتى نصل إلى أولها، وذلك بجمع الزمن من نهاية المشروع وحتى الحدث، ثم طرحه من المجموع الكلي لتحقيق المشروع.
4. الوقت المبكر للحدث، ويرمز له بالرمز (ق1)، وهو الفترة التي يجب أن تمر من حدث بداية المشروع حتى يتحقق الحدث، أو هو أطول مسار بين حدث البداية حتى الحدث المطلوب حساب الوقت المبكر له، ويتم حسابه وفقًا للخطوات التالية:

أ. تعيين المسارات المختلفة التي تصل هذا الحدث بحدث بداية الشبكة.

ب. تحديد وقت كل مسار من هذه المسارات.

ت. وقت أطول مسار من هذه المسارات هو الوقت المبكر.

يتكون المشروع عادة من مجموعة من العمليات والفعاليات، والتي يجب أن تنفذ في وقت محدد؛ لتحقيق الأهداف المطلوبة من المشروع، ولما كانت المشاريع المختلفة والمؤسسات المختلفة تتسم بكبر الحجم وارتفاع التكاليف، فإن عملية التخطيط المسبقة للمشروع، يجب أن تحظى بقدر كبير من الأهمية والاهتمام.

وسوف نتناول في هذا الباب التخطيط الشبكي لإدارة وتنفيذ العمليات بأقصر زمن ممكن، وبأقل تكلفة، وذلك من خلال تجزئة المشروع إلى عمليات بسيطة، ثم وضعها على شكل شبكة، تعكس ترتيب جميع العمليات، وتوضح العلاقة بينها وتسلسل تنفيذها.

نماذج شبكات الأعمال:

المفاهيم الأساسية:

كثير من المشاكل والمشاريع التي تتسم بالتعقيد، يمكن أن نعبر عنها على شكل شبكة أعمال، وترجع أهمية دراسة شبكات الأعمال إلى وجود العديد من المشكلات العملية المهمة التي يمكن تركيبها أو التعبير عنها في صورة شبكات أعمال؛ حيث إن حل تلك المشكلات يكون أسهل وأيسر إذا كان هناك إلمام بالقواعد التي نتعامل بها مع شبكات الأعمال.

ويجدر الذكر إلى أن هناك كثيرًا من مشاكل البرمجة الخطية التي يمكن التعبير عنها على صورة شبكات أعمال، يكون حلها أيسر، مقارنة بنماذج البرمجة الخطية.

تعريف شبكة الأعمال:

تعرف شبكة الأعمال بأنها مجموعة من النقاط، وخطوط تصل تلك النقطة ببعضها؛ حيث إن كل نقطة ترتبط بنقطة أو أكثر، من خلال مجموعة الخطوط، ويمكن تقسيم نماذج شبكات الأعمال إلى الأنواع الرئيسة التالية:

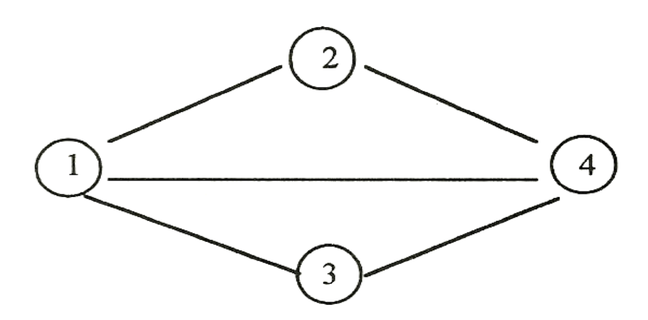
1-نماذج أقصر الطرق: تستخدم هذه النماذج عند الرغبة في تحديد أقصر طريق بين نقطتين، أو أقصر طريق بين نقطة معينة وجميع النقاط الأخرى في شبكة الأعمال، أو أقصر طريق بين كل نقطتين في شبكة الأعمال.

2-نماذج أقصى تدفق: تستخدم هذه النماذج لتحديد أقصى تدفق من الأرباح يمكن أن تحققه شبكة الأعمال.

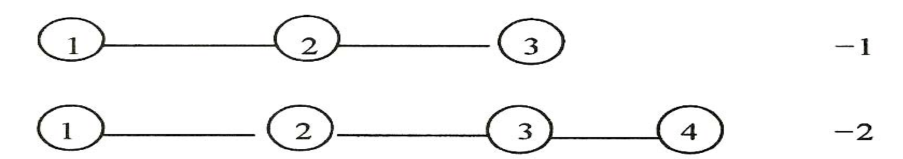
3-نماذج شبكة أعمال الأنشطة: وهذه النماذج تهدف إلى تحديد الأنشطة المتتابعة والمتوازية، وتحديد الوقت لكل نشاط، والتعرف على المسار (المسارات) الحرجة، ومن أهم نماذج شبكات أعمال الأنشطة:

أ. نموذج المسار الحرج. **ب** -نموذج بيرت.

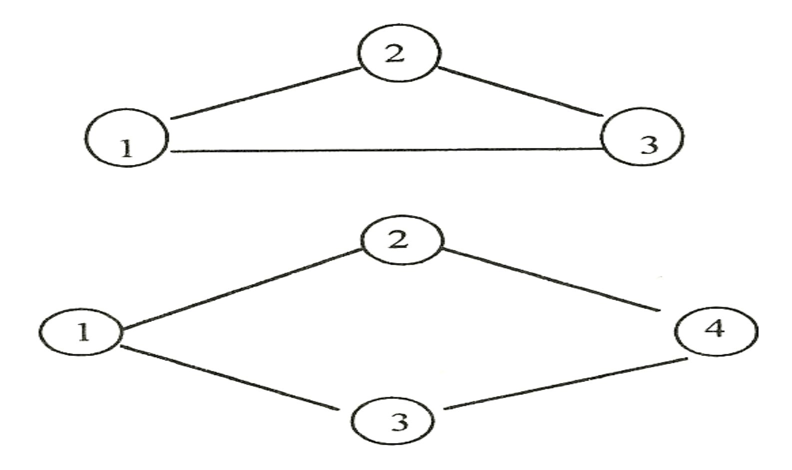
الأشكال التالية توضح بعض نماذج شبكات الأعمال.



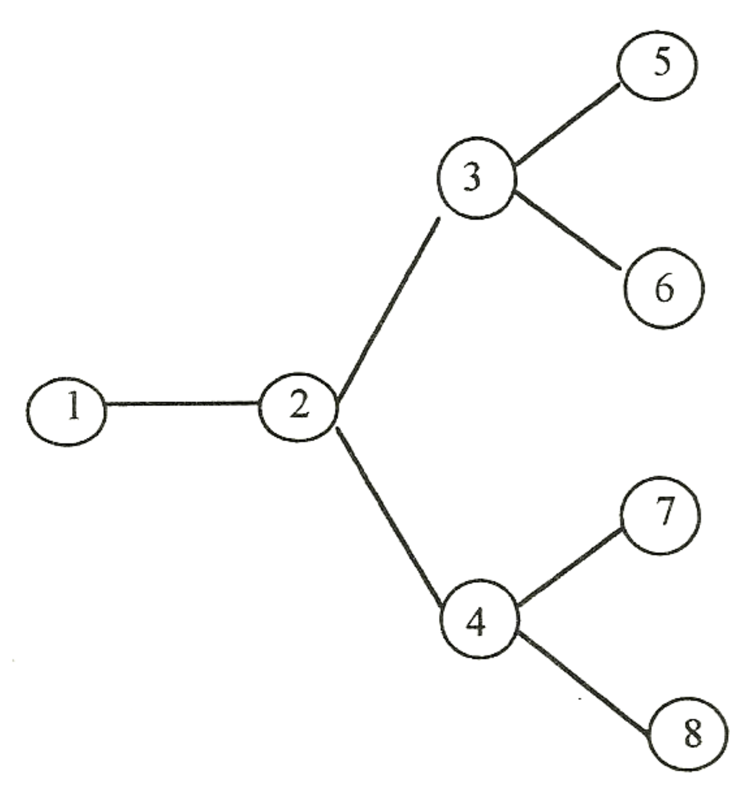
الدوائر ذات الأرقام في الشكل تعبر عن النقطة Verticies, Nodes، وقد تشير هـذه النقطـة إلى موقع معين أو مدينة معينة أو مرحلة معينة، كما أن كـل خـط يـصل بـين دائـرتين يـسمى Event, Arc؛ حيث يمكن أن يشير هذا الخط إلى المسافة بين النقطتين، أو إلى عدد الوحدات، أو إلى التكلفة بين نقطتين. وتسمى مجموعة الخطوط المتتابعة التي تربط بـين أي نقطتـين باسـم السلسلة، ومن الأمثلة عليها:



يطلق على سلسلة الخطوط التي تصل نقطة تقاطع بنفسها تكـرار Loop، والـشكل التـالي يوضح ذلك:



وكما يطلق على شبكة الأعمال التي لا تحتوي على أية خطوط تؤدي إلى إيصال نقطة بنفسها، والتي تتفرع خطوطها عند كل نقطة، لفظ شجرة Tree، والشكل يوضح ذلك:



في جميع النماذج السابقة على الشبكات، لاحظنا أنه لا يوجد أية إشارة لاتجاه سير الخط بين أي نقطتين، وفي هذه الحالة نطلق على هذه الخطوط خطوطًا غير موجهة Undirected Arc، ولكن إذا تم رسم أي خط في الشبكة على صورة سهم للإشارة للاتجاه، فإن ذلك الخط يعتبر خطأ موجهًا Directed Arc، والشكل التالي يوضح هذا المفهوم.



ويبين أن الخط 2 $\longrightarrow$ 1 عبارة عن خط موجه، ويختلف عن الخط، بالرغم من أن كلا الخطين يربطان بين النقطة 1،2.

وبما أننا بصدد الحديث عن الخطوط Arcs بين النقطتين، إذن يمكننا التعبير عن أي خط (حدث) بين النقطتين على شكل زوج مرتب (I, J)؛ حيث يمثل (I) نقطة بداية الخط (الحدث)، وتمثل (J) نقطة نهاية ذلك الخط، أي أنه يمكننا أن نعبر عن أي شبكة أعمال بمصفوفة.

$A = (a_{ij})$

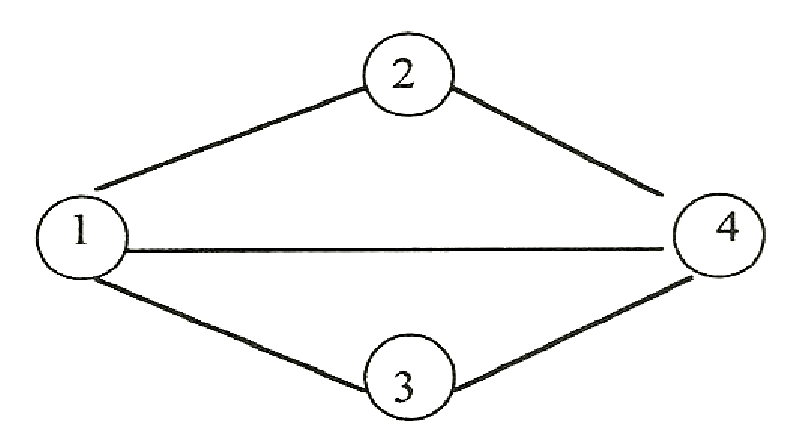
حيث إنه:

إذا وجد خط بين النقطتين aij 1 I, J =

إذا لم يوجد خط aij 0 =

ويجدر بنا أن نلاحظ أن هذه المصفوفة هي مصفوفة متماثلة، وهذا في حالة كون الخطوط (الأحداث) التي تربط بين النقط أحداثًا غير موجهة.

مثل:

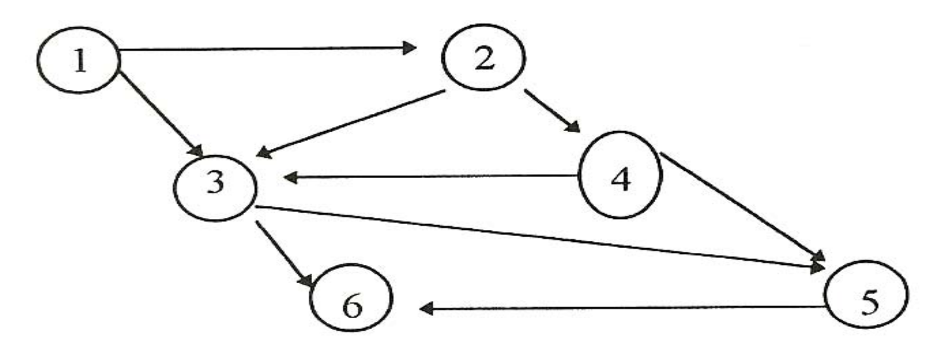


المصفوفة التي تمثل هذه الشبكة هي:

	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	1	0	0	1
3	1	0	0	1
4	1	1	1	0

وأيضًا يمكننا تمثيل أية شبكة أعمال خطوطها (أحداثها) موجهة ضمن مصفوفة مربعة، ولكن غير متماثلة.

مثال:



المصفوفة التي تمثل هذه الشبكة هي:

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	0	0	0
2	0	0	1	1	0	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	1	0
5	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	0

نلاحظ أن المصفوفة مربعة غير متماثلة، وأن الصف السادس في المصفوفة كله أصفار؛ وذلك لأنه لا يوجد أي خط متجه يخرج من النقطة 6 إلى أي نقطة أخرى، وكذلك لا يوجد أي خط متجه يدخل إلى النقطة 1 من أية نقطة أخرى.

إلا أنه لو كانت هذه الخطوط الموجهة لها أطوال (قيم) معينة، فإننا نقدر على تمثيل هذه القيم ضمن مصفوفة تسمى مصفوفة السعة، وتجدر ملاحظة أن أي خط موجه (×) بين أي نقطتين ((J ،I))، ويجب أن تتبع القاعدة التالية:

$$0 \leq X_{ij} \leq C_{ij}$$

حيث يمثل Cij السعة، وتوضع مساوية لأكبر رقم في المصفوفة A.

مثال:

	1	2	3	4	5	6
1	0	7	5	0	0	0
2	0	0	2	3	0	0
3	0	0	0	0	4	8
4	0	0	8	0	2	0
5	0	0	0	0	0	6
C = 6	0	0	0	0	0	0

أولًا: طريقة المسار الحرج:

يعرف المسار الحرج على أنه أطول المسارات وقتًا على شبكة المشروع، ويعتبر المسار الأكثر أهمية وخطورة في شبكة المشروع، وتعتمد طريقة المسار الحرج على تحديد مجموعة الأنشطة التي يجب أن تعطى اهتمامًا خاصًا في تخطيط المشروع، وتسمى هذا الأنشطة (الوظائف) بالوظائف الحساسة (الحرجة).

أي أن مجموع أزمان أنشطة المسار الحرج يعبر عن أطول وقت يمكن أن يستغرقه المشروع؛ بحيث لا يمكن أن يتأخر المشروع عن ذلك الوقت، ومن أجل تحديد المسار الحرج على شبكة المشروع نتبع الخطوات التالية:

1. تحديد أنشطة المشروع، وتحديد العلاقات بين هذه الأنشطة، بالإضافة إلى تحديد الوقت اللازم لتنفيذ كل نشاط.
2. رسم شبكة المشروع، مع مراعاة تسلسل تنفيذ الأنشطة تبعًا للعلاقات بينها.
3. تحديد الزمن المبكر للبدء (وقت البداية) لكل نشاط، ويساوي مجموع الأزمنة التي تسبق النشاط، دائمًا يكون يساوي صفرًا لأول نشاط (أنشطة) في بداية المشروع.
4. تحديد الزمن المبكر للإنجاز (الإنهاء المبكر) لكل نشاط، ويساوي مجموع الأزمنة التي تسبق النشاط + مدة إنجاز النشاط نفسه.
5. تحديد البداية المتأخرة لكل نشاط، ويساوي أقصى تأخير (تأجيل) في الأزمان المبكرة للأنشطة، بحيث لا يؤثر ذلك التأخير على إنجاز المشروع.
6. تحديد النهاية المتأخرة للإنجاز لكل نشاط، ويساوي زمن البداية المتأخرة للنشاط + مدة إنجاز النشاط نفسه.
7. تحديد الوقت الفائض = زمن البداية المتأخرة – الزمن المبكر للبدء = زمن النهاية المتأخرة للإنجاز – الزمن المبكر للإنجاز.

ويمثل الوقت الفائض الفترة الزمنية التي يمكننا بمقدارها تأخير البدء بتنفيذ وظيفة أو مجموعة من الوظائف، دون أن يؤدي هذا التأخير إلى تأخير في إنجاز المشروع.

مثال: في دراسة أولية وجدت إدارة إحدى المؤسسات انخفاضًا مستمرًا في حجم المبيعات للأشهر الماضية لسلعة رئيسة من السلع التي تقوم بإنتاجها، وقد وضعت إدارة المؤسسة خطة كاملة لمعالجة أسباب الانخفاض في حجم المبيعات، وتمثلت الخطة بالتفصيلات الآتية، والمطلوب حساب الزمن المبكر للبدء، والزمن المبكر للإنجاز، وتحديد المسار الحرج.

الزمن - بالأسبوع	(الوظيفة) النشاط	
2	جمع البيانات الإحصائية	1
5	جمع المعلومات الميدانية	2
3	جمع البيانات والمعلومات	3
6	إعداد خطة للدعاية والإعلان	4
4	إعداد خطة لتطوير السلع	5
10	تنفيذ خطة تطوير السلع	6
4	تنفيذ خطة الدعاية والإعلان	7
10	إنتاج وتسويق السلعة	8

الحل: من المعلومات السابقة يمكننا تكوين الجدول التالي:

الزمن بالأسابيع	النشاطات السابقة	النشاط	تفصيل النشاط (الوظيفة)	
2	-	A	جمع البيانات الإحصائية	1
5	-	B	جمع المعلومات الميدانية	2
3	A.C	C	جمع البيانات والمعلومات	3
6	C	D	إعداد خطة للدعاية والإعلان	4
4	C	E	إعداد خطة لتطوير السلع	5
10	D	F	تنفيذ خطة تطوير السلع	6
4	E	G	تنفيذ خطة الدعاية والإعلان	7
10	F.G	H	إنتاج وتسويق السلعة	8

من المعلومات الواردة في هذا الجدول، يمكننا رسم شبكة الأعمال للمشروع، وحساب الزمن المبكر للبدء، والزمن المبكر للإنجاز لكل نشاط

(وظيفة) للمشروع كما يلي: يمكن حساب الزمن المبكر للبدء، والزمن المبكر للإنجاز من المعلومات المبنية بالجدول السابق.

النشاط	الزمن - أسبوع	الزمن المبكر للبدء	الزمن المبكر للإنجاز
A	2	0	2
B	5	0	5
C	3	5	8
D	6	8	14
E	4	8	12
F	7	14	21
G	4	12	16
H	10	21	31

الزمن المبكر لبدء النشاط = مجموعة الأزمنة التي تسبق النشاط.

الزمن المبكر لبدء النشاط 0 = (A)

الزمن المبكر لبدء النشاط 0 = (B)

الزمن المبكر لبدء النشاط 5 = (C)

الزمن المبكر لبدء النشاط (D) = الزمن المبكر لبدء النشاط (C) = + الزمن المبكر لبدء النشاط(C) =8 = 3 + 5 .

الزمن المبكر لبدء النشاط (F) = الزمن المبكر لبدء النشاط (D) = + الزمن المبكر لبدء النشاط (D) =14 = 8 + 6.

وهكذا نحسب الزمن المبكر لبدء بقية الأنشطة.

الزمن المبكر للإنجاز للنشاط = مجموع الأزمنة التي تسبق النشاط + مدة إنجاز النشاط نفسه.

الزمن المبكر للإنجاز للنشاط(A) =2 = 2 + 0 .

ويمكن أن نجد الزمن المبكر للإنجاز للنشاط على الشكل التالي:

الزمن المبكر للإنجاز للنشاط = الزمن المبكر لبدء النشاط نفسه + زمن النشاط نفسه.

مثال:

الزمن المبكر للإنجاز للنشاط (E)=8 + 4 = 12.

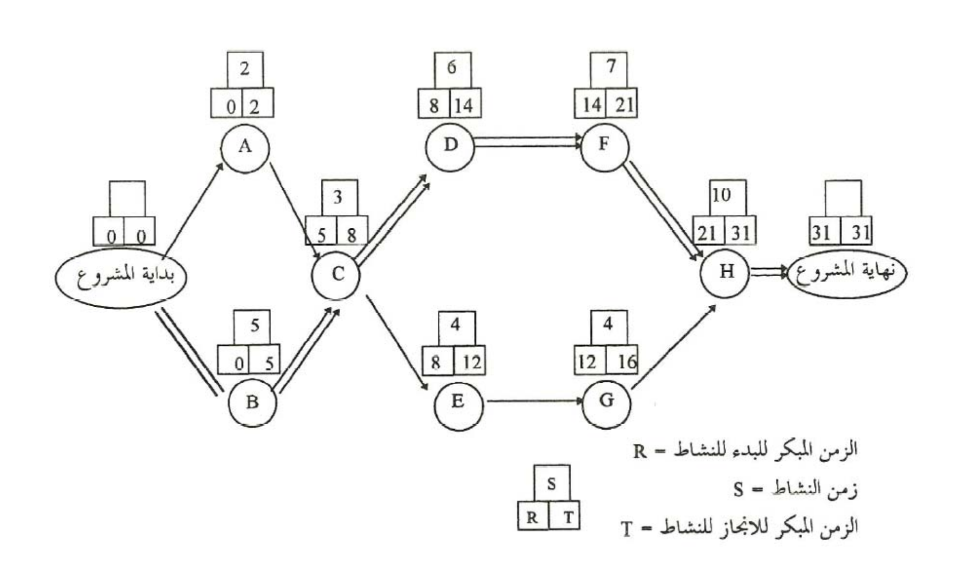
الزمن المبكر للإنجاز للنشاط(F)=4 + 17 = 21 .

وهكذا لبقية الأنشطة.

ومن الجدول السابق نلاحظ بأن أطول زمن مبكر للإنجاز تحت الدراسة يساوي (31) أسبوعًا، وهذه هي المدة الزمنية للمسار الحرج في الشبكة، أي أن الأنشطة (الوظائف) B, C, D, E, H تعتبر أنشطة (وظائف) حرجة (حساسة)، أي أن أي تأخير في إنجاز أي منها يؤدي إلى تأخير في إنجاز المشروع. ونلاحظ كذلك أن الزمن المبكر للبدء للنشاطين A, B يساوي صفرًا؛ وذلك لأنه لا يسبقها أي نشاط.

ملاحظة: إن الزمن المبكر للبدء لنشاط (وظيفة) ما يكون أكبر من أزمنة البدء المبكرة لجميع الأنشطة السابقة للنشاط المعني، وهذا لاحظناه عند حساب الزمن المبكر للبدء للنشاط (C)

= 0 + 2 = 2.   = 0 + 5 = 5. نأخذ أكبر زمن ويساوي (5).



زمن البدء المتأخر وزمن الإنجاز المتأخر:

يمكننا أن نحسب زمن البدء المتأخر وزمن الإنجاز المتأخر للأنشطة (الوظائف) المختلفة، من خلال طريقة المسار الحرج.

زمن البدء المتأخر، هو آخر موعد مسموح به للبدء بنشاط (بوظيفة) معينة أو مجموعة من الأنشطة، دون أن يؤدي هذا الموعد إلى تأخير في إنجاز المشروع.

زمن الإنجاز المتأخر: هو آخر موعد مسموح به لإكمال إنجاز نشاط (وظيفة) أو مجموعة من الأنشطة، دون أن يؤدي هذا الموعد إلى تأخير إنجاز المشروع.

حساب زمن البدء المتأخر وزمن الإنجاز المتأخر:

زمن الإنجاز المبكر لآخر نشاط في شبكة الأعمال =

زمن الإنجاز المبكر للمشروع ككل =

زمن الإنجاز المتأخر للمشروع.

ففي مثالنا السابق زمن الإنجاز المبكر لآخر نشاط = (31) أسبوعًا. ومن الإنجاز المتأخر للمشروع (أي نبدأ من آخر الشبكة إلى بدايتها في عملية الحساب).

بعد أن نحدد زمن الإنجاز المتأخر لآخر وظيفة، نحسب زمن البدء المتأخر للنشاط المعني كما يلي:

زمن البدء المتأخر للنشاط =

زمن الإنجاز المتأخر للنشاط – المدة الزمنية اللازمة لإنجاز النشاط نفسه.

ويجدر ملاحظة أن زمن الإنجاز لنشاط (وظيفة) ما، أقل زمن من أزمنة البدء المتأخرة لجميع الأنشطة (الوظائف) اللاحقة للنشاط المعني.

الجدول التالي يشير إلى حساب الأزمنة المختلفة للمشروع.

النشاط	الزمن بالأسبوع	البدء المبكر	الإنجاز المبكر	البدء المتأخر	الإنجاز المتأخر
A	2	0	2	3	5
B	5	0	5	0	5
C	3	5	8	5	8
D	6	8	14	8	14
E	4	8	12	13	17
F	7	14	21	14	21
G	4	12	16	17	21
H	10	21	31	21	31

من الجدول نلاحظ أن:

زمن النـشاط (H) – زمـن الإنجـاز المتـأخر للنـشاط (H) = زمـن البـدء المتـأخر للنـشاط (H)=21 = 10 – 31 .

زمن الإنجاز المتأخر لنشاط (G) =21.

زمن الإنجاز المتأخر للنشاط(F)= 21.

وذلك لأن النشاطين (G, F) هي أنشطة سابقة للنشاط (H)، وهو آخر موعد مسموح بـه لإنجاز النشاط إذا أريد أن ينجز المشروع في موعده المحدد.

زمـن النـشاط (G) – زمـن الإنجـاز المتـأخر للنـشاط (G) = زمـن البـدء المتـأخر للنـشاط (G) =. 21 – 4 = 17

زمـن النـشاط (F) – زمـن الإنجـاز المتـأخر للنـشاط (F) = زمـن البـدء المتـأخر للنـشاط (F) = 14 = 7 – 21.

كذلك نلاحظ بأن النشاطين (E, D) لاحقان للنشاط (C)، وعليه فإن زمن الإنجـاز المتـأخر للنشاط (C) هو زمن البدء المتأخر للنشاط (D)، وهو آخر موعـد مـسموح بـه للبـدء المتـأخر للنشاط (D) أيضًا إذا أريد للمشروع الإنجاز في موعده المحدد.

الزمن الفائض:

هو عبارة عن المدة الزمنية التي يمكن بمقدارها تأخير البدء بتنفيذ نشاط أو مجموعة من الأنشطة دون أن يؤدي ذلك إلى تأخير في إنجاز المشروع، وترجع أهميته في عملية تحليل الشبكات لأن الموارد المادية والبشرية المخصصة للأنشطة التي تتضمن زمنًا فائضًا، بالإمكان تخصيصها إلى الأنشطة الحساسة (الحرجة)، التي لا تتضمن زمنًا فائضًا، لمدة زمنية تتحدد بالزمن الفائض للأنشطة غير الحساسة التي تتضمن زمنًا فائضًا؛ بهدف تحصيل تنفيذ المشروع ككل.

حساب الزمن الفائض:

الزمن الفائض لأي نشاط = زمن البد المتأخر للنشاط – الزمن المبكر للبدء للنشاط (نفسه).

أو = زمن الإنجاز المتأخر – زمن الإنجاز المبكر للنشاط نفسه.

الجدول التالي يبين حساب الزمن الفائض للأنشطة في المثال السابق:

النشاط (1)	الزمن بالأسبوع (2)	البدء المبكر (3)	الإنجاز المبكر (4)	البدء المتأخر (5)	الإنجاز المتأخر (6)	الزمن الفائض (5-3) أو (6-4)
A	2	0	2	3	5	3
B	5	0	5	0	5	0
C	3	5	8	5	8	0
D	6	8	14	8	14	0
E	4	8	12	13	17	5
F	7	14	21	14	21	0
G	4	12	16	17	21	5
H	10	21	31	21	31	0

نلاحظ من الجدول أنه يوجد عندنا ثلاثة أنشطة (وظائف) لها زمن فائض؛ حيث نجد أن النشاط (A) له زمن فائض ثلاثة أسابيع، والنشاطان (E, G) لكل منهما زمن فائض خمسة أسابيع.

أي أن هذه الأنشطة (A, E, G) هي أنشطة يمكن للإدارة أن تؤخر تنفيذها كل بمقدار الزمن الفائض له، ولا يؤثر ذلك على تأخير إنجاز

المشروع، وكذلك نلاحظ بأن الأنشطة (B, C, D, F, H) الزمن الفائض لكل منها يساوي صـفرًا، أي ليس لها أزمان فائضة؛ وذلـك لأنهـا أنـشطة حرجـة (تقـع عـلى المـسار الحـرج)، أي أنهـا لا تحتمل أي تأخير في إنجازها؛ لأن ذلك سيؤدي إلى تأخير إنجاز المشروع في موعده المقرر.

ونلاحظ بأن هذه الأنشطة الحرجة (الواقعة على المسار الحرج) الزمن المبكر للبدء = زمن البدء المتأخر.

وكذلك زمن الإنجاز المبكر = زمن الإنجاز المتأخر.

ويمكننا إيجاد المسار الحرج باستخدام الشبكة، وذلك باختيار أطـول مـسار مـن المـسارات المختلفة بعد إيجاد أطوال هذه المسارات.

وفي مثالنا السابق نجد المسارات:

(1) (A, C, D, F, H).

$2 + 3 + 6 + 7 + 10 = 28$

(2) (A, C, E, G, H)

$2 + 3 + 4 + 4 + 10 = 23$

(3) (B, C, E, G, H)

$5 + 3 + 6 + 7 + 10 = 31$

(4) (B, C, E, G, H)

$5 + 3 + 4 + 4 + 10 = 26$

المسار الثالث (H, F, D, C, B) هـو أطـول المـسارات، وعليـه فإنـه يمثـل المـسار الحـرج، وجميع الأنشطة الواقعة على هذا المسار تمثل الأنشطة الحرجة.

مثال:

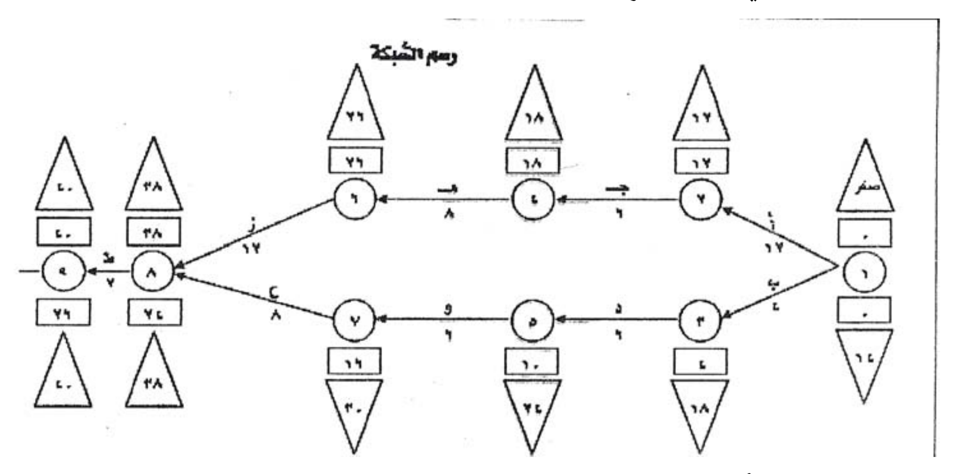
تنوي إحدى شركات المقاولات تنفيذ مشروع معين، وفيما يلي الأنـشطة المطلوبـة والوقـت المطلوب لإنجاز كل منها.

رمز النشاط	وقت النشاط	الأنشطة السابقة له	الزمن بالشهر
أ	الأساسات والقواعد	-	12
ب	الأعمدة والأسقف	-	4
ج	بناء الجدران	أ	6
د	أعمال السباكة والصرف	ب	6
هـ	الحوائط	ج	8

و	النجارة	د	6
ز	البلاط	هـ	12
ح	الدهان	و	8
ط	تركيب الأدوات الكهربائية	ز، ح	2
ي	تركيب الأدوات الصحية	ط	4

المطلوب:

1. رسم الشبكة.
2. تحديد الوقت اللازم لتنفيذ هذا المشروع.
3. تحديد الأوقات الراكدة للأحداث.



تحديد زمن الأنشطة:

رمز النشاط	النشاط	الزمن بالشهر
أ	2-1	12
ب	3-1	4
ج	4-2	6
د	5-3	6
هـ	6-4	8
و	7-5	6
ز	8-6	12
ح	8-7	8
ط	9-8	2
ي	10-9	4

3- تحديد وقت الانتهاء من المشروع (نوع المسارات):

المسار	الزمن بالشهور	نوع المسار
10-9-8-6-4-2-1	44	حرج
10-9-8-7-5-3-1	30	غير حرج

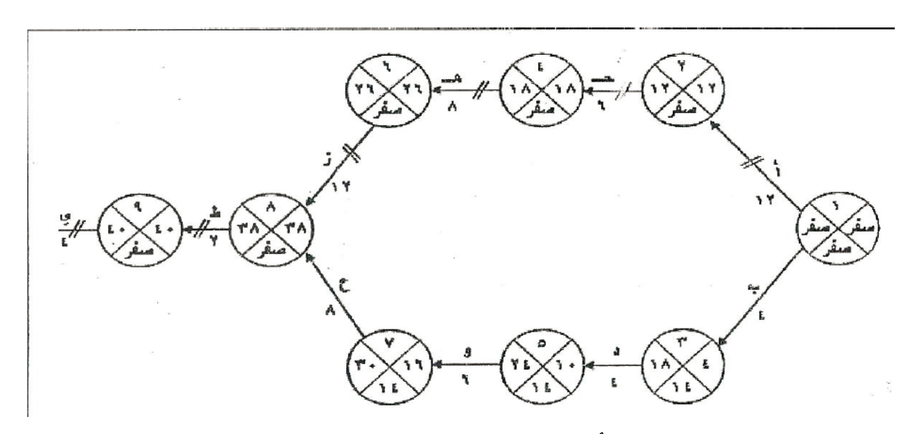
4- تحديد الوقت الراكد للأحداث، وذلك من خلال الجدول التالي:

رقم الحدث	الوقت المتأخر (ق2)	الوقت المبكر (ق1)	الوقت الراكد (ر)
1	صفر	صفر	صفر
2	12	12	صفر
3	18	4	14
4	18	18	صفر
5	24	10	14
6	26	26	صفر
7	30	16	14
8	38	36	صفر
9	40	40	صفر
10	44	44	صفر

ولزيادة الإفصاح، فإنه أحيانًا يتم التعبير عن كل ما يخص النشاط من رقم الحدث والوقت المتأخر والوقت المبكر له والوقت الراكد، وذلك في الدوائر التي تعبر عن رقم الحدث، وفي هذه الحالة توضع -- على أنشطة المسار الحرج، وتأخذ الدوائر الشكل التالي:



وبالتطبيق على المثال السابق، نجد أن الشبكة تأخذ الشكل التالي:



ثانيًا: تقييم ومراجعة المشروعات (أسلوب بيرت):

في عام 1957 كانت كثير من المشاريع في البرنامج الأمريكي شبه مخفقة في تقديم المعلومات، التي كانت ضرورية للرقابة الفعلية واتخاذ القرارات؛ لذا قام فريق متخصص بوضع نظام لتقييم التقدم في هذه المشاريع، وأطلق على هذا النظام اسم بيرت Pert، ويرمز إلى Program Evaluation and Review Technique، وأول تطبيق لهذا النظام كان في وزارة الدفاع الأمريكية وإدارة أبحاث الفضاء NASA.

ويعتبر أسلوب PERT أحد الأساليب التي تستخدمها الإدارة في عمليات الرقابة والتخطيط في المشروعات الكبيرة والمعقدة؛ حيث إن عمليات التخطيط والتنظيم والرقابة ضرورية لأي مشروع، بغض النظر عن نوعيته وهدفه وتعقد عملياته، ويمكن أن نبين هنا أن العمليات يمكن أن تكون:

1. عمليات تكرر مرة بعد مرة وفترة بعد أخرى، بتغير بسيط أو بدون أي تغير، وفي هذه العمليات تكون الحاجة إلى PERT ضئيلة؛ لأن الإدارة تملك الخبرة والبيانات الكافية.
2. عمليات غير متكررة، لم تحدث من قبل بالطريقة نفسها.

فمثلًا تصميم سيارة جديدة هو أساسًا عملية تحدث مرة واحدة، أما عند إنتاجنا للسيارات في خط التجميع فهو يمثل العمل المتكرر.

تعريف شبكة بيرت PERT:

هي عبارة عن طريقة للتقليل من التأخير والإعاقة والتضارب الذي يصاحب عملية الإنتاج، وللتنسيق بين الأجزاء المختلفة للعمل، ويساعد الإدارة في مجالات التخطيط والرقابة، وخاصة في المشروعات الكبيرة والمعقدة، وفي تقليل الأعطال التي تحدث في الإنتاج، والتنسيق والإسراع في إنجاز المشروعات خلال فترة زمنية محددة، وعند ذكر أسلوب PERT فإننا نتحدث حول تعريفين (تصويرين):

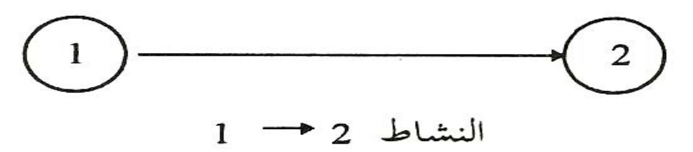
1-الأحداث Events:

يشير الحدث إلى إنجاز مرحلة معينة من المشروع عند نقطة محددة (معروفة) من الزمن.

2-الأنشطة Activities:

النشاط هو العمل اللازم لإتمام حدث معين.

وعند رسم شبكة بيرت، نرمز إلى الحدث بدائرة وللنشاط بسهم متجه يصل بين دائرتين، وعند إعداد هذه الشبكة فإننا نقوم أولًا بتحليل المشروع إلى أعمال (Tasks)؛ حيث إن الشبكة تمثل المشروع بأكمله كسلسلة من الأحداث مربوطة بأنشطة، وترقم الأحداث، بحيث تسير الأسهم من الرقم الأقل (الحدث الأول) إلى الرقم الأعلى (الحدث التالي).



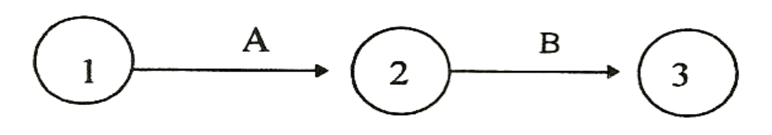
النشاط 2 ← 1

يجب الملاحظة أن النشاط لا يبدأ إلا بعد وقوع الحدث الذي يسبقه، أي أن النشاط لا يبدأ بعد إتمام جميع الأنشطة التي تنتهي عند الحدث الذي يبدأ منه (الحدث السابق له)، ويمكن أن نقسم الأنشطة إلى مجموعتين رئيستين:

1-أنشطة متعاقبة Sequence Activities:

وهي الأنشطة التي تحدث في ترتيب متعاقب.

مثال:

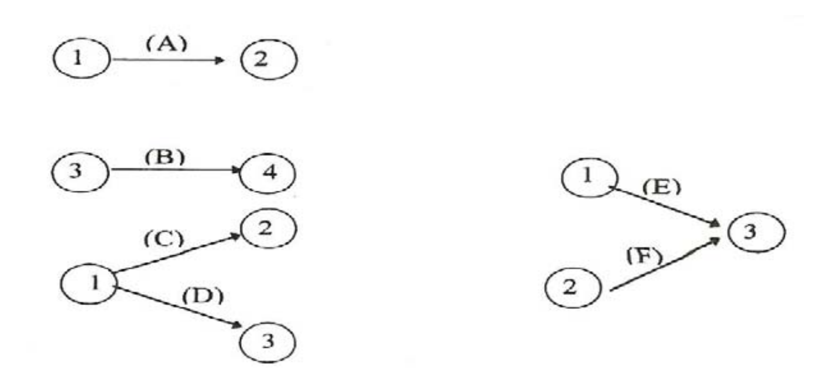


النشاط (B) يعقب النشاط (A)، أي لا يمكن تنفيذ النشاط (B) إلا بعد تنفيذ النشاط (A).

2-أنشطة متوازية Parallel Activities:

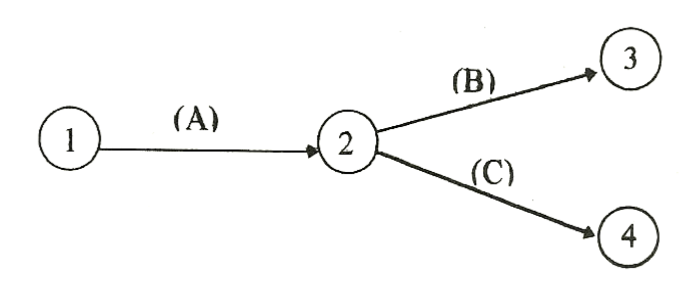
وهي الأنشطة التي يتم تنفيذها في الوقت نفسه؛ بحيث يتم نشاطان أو أكثر في وقت واحد.

مثال:



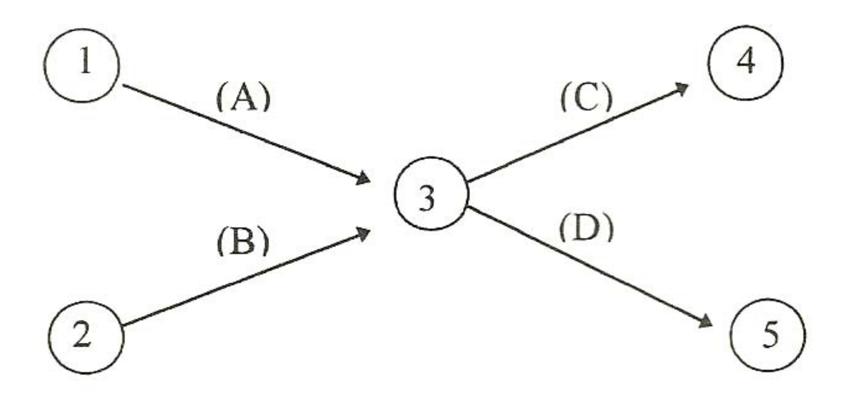
ويمكن أن تجمع شبكة بيرت PERT بين الأنشطة المتعاقبة والأنشطة المتوازية في الوقت نفسه.

مثال:



النشاطان (B, C) لاحقان للنشاط (A)، ولا يمكن بدء أي منهما إلا إذا تم النشاط (A)، وبالوقت نفسه هما نشاطان متوازيان.

مثال:



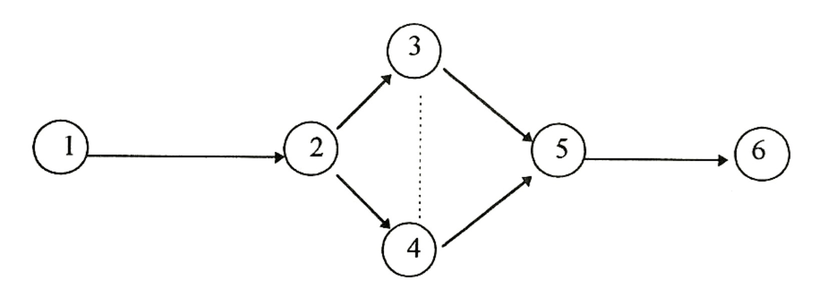
النشاطان (A, B) متوازيان، وكذلك الأنشطة (C, D) متوازيان، ولكن لا يمكن أن يبدأ النشاطان (C, D) إلا إذا تم النشاطان (A, B).

أحيانًا نحتاج إلى بعض الأنشطة؛ وذلك لتوضيح بعض العلاقات التتابعية، مثلًا أن نشير إلى حدث معين لا يمكن أن يحدث قبل حدث آخر، ونرسم سهمًا يربط بين الحدثين، رغم علمنا بأنه لا يوجد نشاط حقيقي بين هذين الحدثين؛ حيث إن هذا السهم يعبر عن نشاط وهمي Dummy Activity، ويعرف النشاط الوهمي على أنه النشاط الذي لا يستغرق وقتًا، ولا يحتاج إلى موارد (وقته = صفر)، ويرسم بخطوط متقطعة؛ لنميزه عن النشاط الحقيقي.

ويمكن أن نستخدم الأنشطة الوهمية في الحالات التالية:

1. للتعبير عن علاقات منطقية متتابعة بين الأنشطة المختلفة؛ حيث لا يمكننا أن نعبر عنها بطريقة أفضل.
2. من أجل تفادي الربط بين حدثين بأكثر من نشاط؛ حيث إنه يمكن أن يكون عندنا نشاطان متوازيان، ولكن يجب أن لا يربطا بحدثين.
3. تستخدم الأنشطة الوهمية أحيانًا للإيضاح؛ حيث يجب أن يكون للشبكة نقطة بداية واحدة ونقطة نهاية واحدة أيضًا.

مثال:

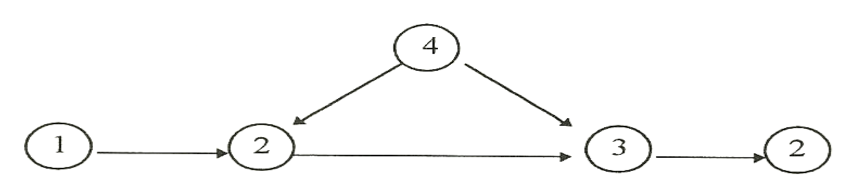


النشاط الوهمي من (3) (4)

اعتبارات رسم شبكة بيرت PERT:

1. يمكن أخذ الاعتبارات التالية عند رسم الشبكة:
   أ. ما هو العمل الذي يجب أن يسبقه؟
   ب. ما هو العمل الذي يمكن أن يستمر في الوقت نفسه؟
   ج. ما هو العمل الذي يليه؟
2. يمكن وضع التساؤلات التالية عند التعبير عن أي نشاط:
   أ. ما هو النشاط الذي يسبق ذلك النشاط؟
   ب. ما هي الأنشطة المتزامنة مع ذلك النشاط (تحدث في الوقت نفسه)؟
   ج. ما هي الأنشطة اللاحقة للنشاط؟
   د. ماذا يحكم بداية النشاط؟
   هـ ماذا يحكم نهاية النشاط؟
3. يجب مراعاة أن يربط كل نشاط بين حدثين، يكون رقم الحدث الذي يمثل بداية النشاط أقل من رقم الحدث الذي يمثل نهاية النشاط.

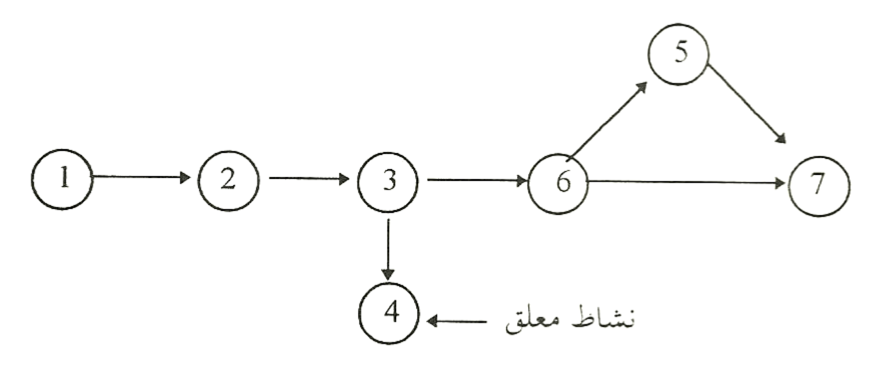
مثال:



النشاط (4) ⟵ (2) نشاط غير منطقي؛ ولذلك فإن النشاط (2) ⟵ (3) لا يتم.

4. يجب التأكد من عدم وجود أنشطة معلقة Dangling Activities عن رسم الشبكة.

مثال:



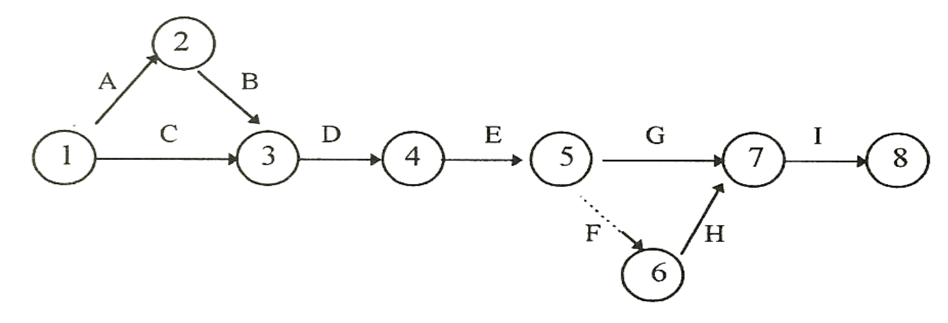
5. يجب التأكد من أن رقم الحدث لم يتكرر أكثر من مرة.

مثال:

استخدم المعلومات الواردة في الجدول التالي لرسم شبكة بيرت PERT.

وصف النشاط	مساره	النشاط	رقم
استلام الموقع وتطهيره	1 ⟶ 2	A	1
الحفر	2 ⟶ 3	B	2
تحضير الأسمنت والرمل	1 ⟶ 3	C	3
وضع الأساسات	3 ⟶ 4	D	4
إقامة المبنى	4 ⟶ 5	E	5
نشاط وهمي	5 ⟶ 6	F	6
توصيل الكهرباء	5 ⟶ 7	G	7
أعمال النجارة	5 ⟶ 7	H	8
الدهان	7 ⟶ 8	I	9

بناء على الجدول السابق يمكننا رسم شبكة بيرت PERT كالآتي:



يمكننا ملاحظة أن النشاط (A) "استلام الموقع وتطهيره"، والنشاط (C) "تحضير الأسمنت والرمل"، هما نشاطان متوازيان، وكذلك النشاطان (G) "توصيل الكهرباء"، و(H) "أعمال النجارة" متوازيان، بينما النشاط (B) "الحفر" لا يمكن أن يتم إلا بعد انتهاء النشاط (A) "استلام الموقع وتطهيره".

تقدير الوقت المتوقع للنشاط:

نعلم أن تنفيذ أي نشاط يستغرق وقتًا، ويحتاج إلى موارد، وتواجهنا في أسلوب بيرت PERT مشكلة تقدير الوقت لكل نشاط؛ خاصة وأن تقدير أي وقت فيه ظاهرة (حالة) عدم التأكد؛ ولذلك يمكن التعبير عن هذا الوقت المقدر على صورة توزيع احتمالي، ويتصف هذا التوزيع الاحتمالي بالصفات التالية:

1. احتمال صغير للوصول إلى أفضل تقدير متفائل (أقصر وقت) Optimistic Time.
2. احتمال صغير للوصول إلى أسوء تقدير متشائم (أطول وقت) Pessimistic Time.
3. أفضل وقت متوقع Most Likely (أكثر احتمالًا) يتراوح بين الوقت المتفائل والوقت المتشائم (أطول وقت).
4. القدرة على قيام عدم التأكد في التقدير.

ويمكن حساب الوقت المتوقع لكل نشاط حسب المعادلة التالية:

$$ت.م = \frac{ت.ف + 4ت.ج + ت.ث}{6}$$

حيث إن:

ت م: الوقت المتوقع للنشاط.

ت ف: الوقت المتفائل للنشاط.

ت ح: الوقت الأكثر احتمالًا للنشاط.

ت ث: الوقت المتشائم للنشاط.

وبعد تقدير هذه الأوقات يجب وضعها في نظام زمن موحد ويمكن تطبيقه، ويمكن الوصول إلى ذلك جبريًّا بواسطة استخدام المتوسط الحسابي المرجح، ويجب أن يكون الترجيح المعطى للوقت المتوقع أكبر من الترجيح المعطى للوقت المتفائل والوقت المتشائم، الترجيح للوقت المتفائل والوقت المتشائم يعطي حساب الدالة التالية:

$$ق = \frac{أ+4م+ب}{6}$$

حيث إن:

ق: الوقت المتوقع لإتمام النشاط.

أ: الوقت المتفائل.

م: الوقت المتوقع الأكثر احتمالا.

ب: الوقت المتشائم.

مثال:

نفرض أن تقديرنا لثلاثة أوقات في مشروع ما كالآتي:

أ = 2، م = 10، ب = 13.

فإذا استخدمنا قانون المتوسط الحسابي المرجح نجد أن:

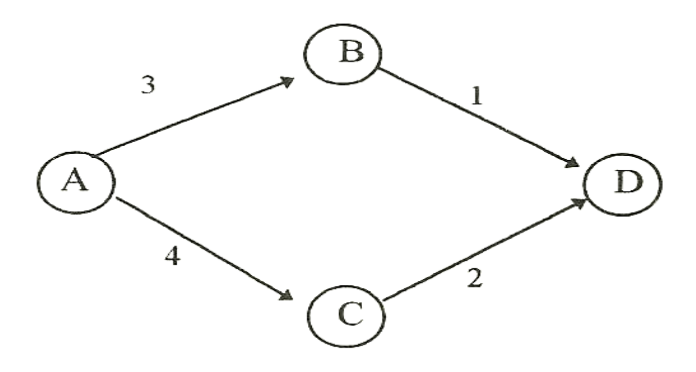
$$أسبوع\ 9.2 = \frac{13+(4.10)+2}{2}$$

1-أقرب وقت متوقع ق1 (الزمن المبكر للبدء).

يتمثل هذا الوقت بالوقت اللازم لإتمام عمل معين.

مثال:

ق1 = 6



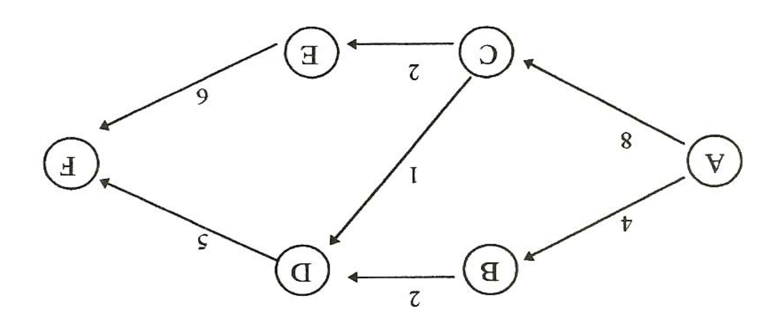
في الشكل السابق نجد مسارين يؤديان إلى الموقع (D)، الوقت المستغرق في المسار (1) هو (4) أسابيع، بينما الوقت المستغرق في المسار (2) هو (6) أسابيع، وفي هذه الحالة نأخذ أطول وقت للمسار؛ حيث يمثل هذا الوقت أقرب وقت متوقع.

وفي مثالنا يكون أقرب وقت متوقع ق1 = 6 أسابيع (المسار الحرج).

2-آخر وقت مسموح به ق2: (الزمن المبكر للإنجاز):

وهو آخر وقت يمكن لحدث أن يتم خلاله، ومع هذا فإنه لا يتدخل في أول حدث في الشبكة وأي حدث آخر يكون موضع استفسار، دون أن يؤثر ذلك على إتمام المشروع.

مثال:



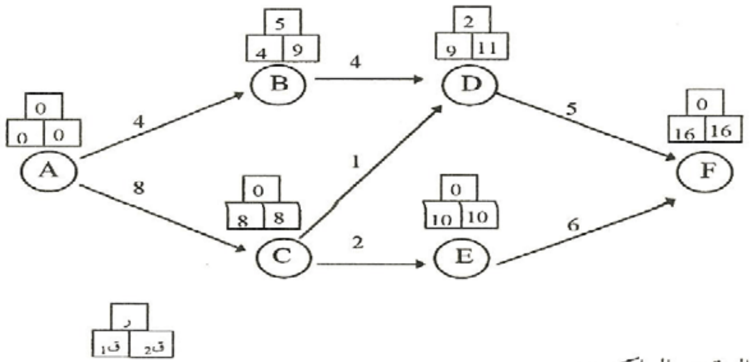
في هذا المثال (الشبكة) أقرب وقت متوقع ق1 لآخر حدث (F) يساوي (16) أسبوعًا، والمسار الذي يمثل أطول مسار هو المسار A-C-E-F، وهو المسار الحرج نفسه (افحص بقية المسارات في الشبكة).

ويمكن حساب (الزمن المبكر للإنجاز) آخر وقت مسموح به ق2 تمامًا بطريقة المسار الحرج (المرور التراجعي).

3-الوقت الراكد Slack Time **(الوقت الفائض):**

يحسب بالطريقة نفسها التي اتبعت في طريقة المسار الحرج:

الوقت الراكد (ر) = ق2 - ق1.



الوقت الراكد = ر

اقرب وقت متوقع = ق1

آخر وقت مسموح به = ق2

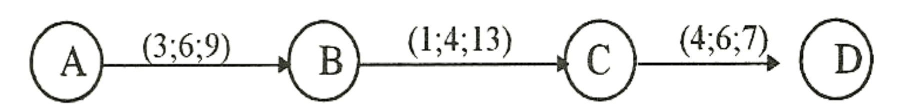
استخدام الاحتمالات في PERT:

نظرًا إلى أنه لدينا ثلاثة تقديرات للوقت لكل نشاط، فإنه يمكننا حساب الانحراف المعياري لهذا النشاط؛ فالفرق بين الوقت المتفائل (أ) والوقت المتشائم (ب) يتمثل في المسافة بين أقصى اليسار وأقصى اليمين لتوزيع أوقات النشاط الممكنة، وهذه المسافة تمثل $\mp$ 3 انحراف معياري.

(ب) – (أ) = 6 انحراف معياري.

أي أن الانحراف المعياري لأي نشاط = $\frac{\text{ب – أ}}{6}$ = $\frac{\text{الوقت المتشائم – الوقت المفائل}}{6}$

مثال:



لحساب الانحراف المعياري لكل نشاط نشكل الجدول التالي:

النشاط	أ	ب	ب - أ	الانحراف المعياري
$A \longrightarrow B$	3	9	6	1
$B \longrightarrow C$	1	13	12	2
$C \longrightarrow D$	4	7	3	0.5

نلاحظ أن لدينا مقاييس تشتت للأنشطة حول الأوقات المتوقعة، وسوف يتضح فيما بعد كيف يؤدي الانحراف المعياري لمجموعة من الأنشطة المتصلة.

الخطة التالية: نحسب الوقت المتوقع لإتمام كل نشاط (ق) وأقرب وقت متوقع (ق1) لحدث نهاية الشبكة (D) كما هو مبين في الجدول الآتي:

النشاط	الأوقات			الانحراف
	أ	ب	م	المعياري
$A \longrightarrow B$	3	9	6	6
$B \longrightarrow C$	1	13	4	5
$C \longrightarrow D$	4	7	6	5.8

ق1: أقرب وقت متوقع للحدث (D) = مجموع الأوقات المتوقعة للأحداث السابقة 6 + 5 + 5.8 = 16.8 أسبوعًا.

ولحساب الاحتمال الذي سيساعدنا في معرفة ما هي فرصتنا لإتمام المشروع في الوقت المحدد، يمكن أن نبدأ في حساب الانحراف المعياري للحدث الأخير في هذه الشبكة (الحدث (D))، ولحساب الانحراف المعياري للحدث (D) الأخير لعدة أنشطة متتابعة، نأخذ الجذر التربيعي لمجموع مربع الانحراف المعياري لكل نشاط على حدة.

$\sqrt{\text{(الانحراف المعياري للنشاط} A \rightarrow B)^2 + \text{(الانحراف المعياري للنشاط} B \rightarrow C)^2 + \text{(الانحراف المعياري للنشاط} C \rightarrow D)^2}$

وفي مثالنا:

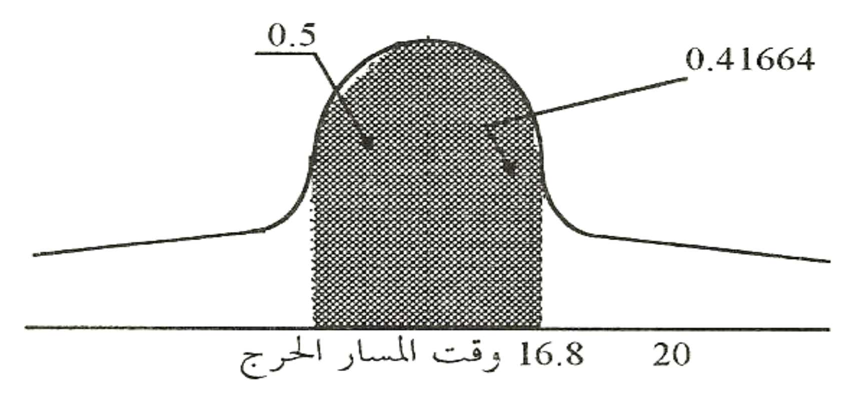
$\sqrt{(0.5)^2 + (2)^2 + (1)^2} = \sqrt{5.25} = 2.3$ أسبوع

ويمكن أن نقيس الشبكة بمقياسات.

أ. ق1 (أقرب وقت متوقع).

ب. الانحراف المعياري (σ) لآخر حدث في الشبكة ق1، وقيمة هذين المقياسين هي (2.3) (16.8) أسبوع على التوالي.

ويمكن أن نوزع الأوقات حول وقت آخر حدث في الشبكة موضحًا كالآتي.



ومن هنا نرى أننا إذا فرضنا أن الأوقات موزعة بالتساوي حول (16.8) أسبوعًا فإنه يكون لدينا فرصة (50%) لإتمام المشروع قبل (16.8) أسبوعًا، وفرصة (50%) لإتمام المشروع بعد (16.8) أسبوعًا.

ولمعرفة فرصة إتمام المشروع قبل النقطة(20 (X أسبوعًا، فإنه يمكن حساب عدد الانحرافات المعيارية من المتوسط (16.8) إلى النقطة X كالتالي:

احتمال تنفيذ المشروع بـ 200 أسبوع= $\frac{\text{الوقت المستهدف + وقت المسار الحرج}}{\text{الانحراف المعياري للمسار الحرب}}$ $\frac{20 - 16.68}{2.3}$ = 1.39

ويمكن الرجوع إلى منحنى التوزيع المعدل لاستخراج المساحة التي تحت المنحنى من نهاية الذيل على اليسار إلى النقطة (1.39) انحراف معياري على يمين المتوسط، نجد أن الجواب هو (0.41661 + 0.50 = 0.91664)، وعلى ذلك فإن لدينا فرصة (91%) لإتمام المشروع قبل 20 أسبوعًا.

مثال:

تفكر إحدى شركات المقاولات في تنفيذ أحد المشروعات الجديدة، وفيما يلي البيانات المتعلقة بهذا المشروع.

النشاط			تقديرات الوقت بالأسبوع		
الرمز	**الأحداث**	**وصف النشاط**	**تفاؤلي**	**أكثر احتمالًا**	**تشاؤمي**
أ	2-1	الأساسات والقواعد	6	12	30
ب	3-1	الأعمدة	4	10	28
ج	4-2	الأسقف	12	24	60
د	5-2	الحوائط	4	10	16
هـ	6-4	النجارة	10	22	34
و	6-5	البياض	6	12	30
ز	7-3	الدهان	6	18	54
ح	8-6	الأدوات الكهربائية	2	8	14
ط	8-7	البلاط	8	38	54

المطلوب:

1. حساب الوقت المتوقع لكل نشاط وانحرافه المعياري.
2. رسم شبكة بيرت، علمًا بأن القيمة المقابلة لـ ط = 2 في الجدول = 0.8413.
3. حساب الوقت المتوقع لإتمام المشروع والانحراف المعياري.
4. حساب الوقت المتأخر والمبكر والوقت الراكد للأحداث.
5. احسب احتمال أن يتم تنفيذ المشروع خلال 82 أسبوعًا.

الحل:

1-يتم حساب الوقت المتوقع لكل نشاط وانحرافه المعياري بالمعادلات التالية:

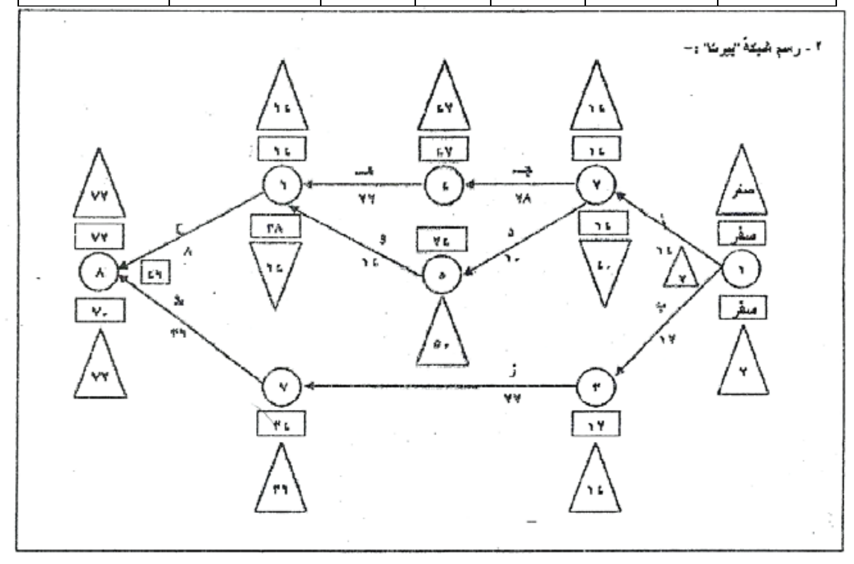
$$\text{الوقت المتوقع} = \frac{\text{ف} + 4\text{ح} + \text{ش}}{6}$$

الانحراف المعياري للنشاط (σ) = $\frac{ش-ف}{6}$

وذلك في الجدول التالي:

جدول تحديد الوقت المتوقع والانحراف المعياري للأنشطة.

رمز النشاط	الأحداث	تقدير الوقت			الوقت المتوقع	الانحراف المعياري
		ف	ح	ش		
أ	2-1	6	12	30	14	4
ب	3-1	4	10	28	12	4
ج	4-2	12	24	60	28	8
د	5-2	4	10	16	10	2
هـ	6-4	10	22	34	22	4
و	6-5	6	12	30	14	4
ز	7-3	6	18	54	22	8
ح	8-6	2	8	14	8	2
ط	8-7	8	38	54	36	8



يلاحظ أنه عند حساب الوقت المبكر يتم الجمع من نقطة 1 إلى النهاية، وتكتب داخل دائرة، وعند حساب الوقت المتأخر يتم البدء من النهاية، ويتم الطرح إلى أن نصل إلى 1.

2-تحديد المسارات والوقت المتوقع:

المسار	الزمن بالشهور	نوع المسار
8-6-4-2-1	72	حرج
8-6-5-2-1	46	غير حرج
8-7-3-1	70	غير حرج

الوقت المتوقع (المسار الحرج) 72 أسبوعًا.

3-الانحراف المعياري للوقت المتوقع لإتمام المشروع:

$$\sigma_{\text{للمشروع}} = \sqrt{\text{مربع الانحرافات المعيارية الأنشطة على المسار}}$$

$$= \sqrt{(\sigma_{\text{أ}})^2 + (\sigma_{\text{جـ}})^2 + (\sigma_{\text{هـ}})^2 + (\sigma_{\text{ح}})^2}$$

$$= \sqrt{(4)^2 + (8)^2 + (4)^2 + (2)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 16 + 64 + 16}$$

$$= \sqrt{100} = 10 \text{ أسابيع.}$$

4-الوقت المبكر والوقت المتأخر والوقت الراكد، يبينها الجدول التالي:

رقم الحدث	الوقت المتأخر ($ق_2$)	الوقت المبكر ($ق_1$)	الوقت الراكد (ر)
1	صفر	صفر	صفر
2	14	14	صفر
3	14	12	2
4	42	42	صفر
5	50	24	26
6	64	64	صفر
7	36	34	2
8	72	72	صفر

5- احتمال إتمام المشروع خلال 82 أسبوعًا يحسب كالآتي:

$$\frac{72+62}{5} = \frac{10}{5} = 2 = \text{ط}$$

هذه القيمة من الجدول = 0.8413

احتمال إتمام المشروع خلال 82 أسبوعًا = 84.13%.

احتمال إتمامه بعد 82 أسبوعًا = 15.87%.

الفصل الخامس

نماذج النقل

مقدمة:

يختص هذا الفصل وينفرد بدراسة نماذج النقل، وهي أساليب مبسطة من البرمجة الخطية، وتهتم بنقل البضائع والسلع والمواد من مكان الإنتاج إلى المخزن أو الأسواق؛ بهدف:

1. تخفيض تكاليف النقل.
2. تعظيم صافي الربح.

ويحتوي هذا الفصل على ستة أجزاء رئيسة، تبدأ بتعريف نماذج النقل، ثم دراسة حالة تخفيض التكاليف بطريقة أقل التكاليف، أو طريقة التوزيع المعدل، ثم تقييم أمثلية الحل.

في الجزء الثالث ستتعرف على الحل باستخدام طريقة الركن الشمالي الغربي، أما الجزء الرابع، فهو تقييم أمثلية الحل باستخدام طريقة (SSM) حجر الوطء. والجزء الخامس تقييم أمثليه الحل باستخدام طريقة (MODI) التوزيع المعدل، ويختم الفصل بالجزء السادس الذي يتبادل طريقة الحل باستخدام طريقة فوجيل التقريبيّة.

سيتخلل هذا الفصل أشكال إيضاحية وجداول ومصفوفات، إلى جانب أسئلة التقويم الذاتي والأنشطة والتدريبات.

وفي ختام الفصل ستحصل على الخلاصة؛ فهي في الغالب إجابة عن أهداف الفصل، أما إجابات التدريبات، فيمكن الرجوع إليها مع كل تدريب؛ لفهم الحل الصحيح. أما المراجع والمصادر، فهي المعين للدراس في طلب المزيد وتوثيق المصدر.

1. نماذج النقل Transportation Models:

نماذج النقل هي أسلوب مبسط من أساليب البرمجة الخطية، والتي تهتم بنقل سلعة ما من مكان ما (مصنع) إلى مكان آخر (مخازن أو أسواق)، **وذلك لتحقيق أحد الهدفين الآتيين:**

1. تخفيض تكاليف النقل.
2. تعظيم صافي الربح؛ حيث إن صافي الربح يساوي الفرق بين سعر البيع وتكاليف تصنيع ونقل الوحدات.

ونجد أن هناك ثلاث طرق لنقل الوحدات من المصنع إلى المخازن أو الأسواق، وهي:

1. طريقة أقل تكلفة Least Cost Method (LCM).
2. طريقة الركن الشمالي الغربي North West Method (NWCM).
3. طريقة فوجيل التقريبية (Vogel's Approximation Method).

وعند استخدام أي طريقة من طرق النقل السابق ذكرها، يمكن أن نواجه إحدى الحالتين:

1-حالة أن العرض يساوي الطلب.
2-حالة أن العرض لا يساوي الطلب.

ويأتي بعد استخدام أحد طرق النقل الثلاثة (حالة العرض يساوي الطلب أو العرض لا يساوي الطلب) تقييم أمثلية الحل، والتي تعني هل الحل الذي تم التوصل إليه هو الحل الأمثل أم لا؟ والحل الأمثل يعني الوصول إلى أقل تكلفة ممكنة إذا كان الهدف هو تخفيض التكاليف، أو الوصول إلى أقصى ربح ممكن إذا كان الهدف تعظيم الربح. ويمكن تقييم أمثلية الحل بإحدى طريقتين، هما:

1-طريقة حجر الوطء Stepping Stone Method (SSM).
2-طريقة التوزيع المعدل Modified Distribution Method (MODI)

وسوف يتم استعراض هاتين الطريقتين من خلال النقطتين الآتيتين:

1-حالة تخفيض التكاليف.
2-حالة تعظيم الأرباح.

الحل بالطريقتين المذكورتين للتقييم.

2. حالة تخفيض التكاليف:

لتفهم مشكلة النقل دعنا نفترض بعض الرموز:

a_i = كمية الإنتاج المتوافرة لدى المصنع I (العرض Supply).

b_j = كمية المنتج المطلوبة من السوق j (الطلب Demand).

C_{ij} = تكلفة نقل الوحدة من المصنع I إلى السوق J.

X_{ij} = عدد الوحدات (غير معلوم)، والمطلوب نقله من المصنع أو إلى السوق، وبالتالي يمكن التعبير عن مشكلة النقل بالصورة التالية:

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = a_i , a_i > 0, \qquad i = 1, 2, 3 \ldots\ldots\ldots n$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j , b_j > 0, \qquad i = 1, 2, 3 \ldots\ldots\ldots m$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

فنجد أن دالة الهدف تعبر عن تخفيض تكاليف النقل إلى الحد الأدنى؛ حيث إن تكلفة النقل المراد تخفيضها تساوي **تكلفة نقل الوحدة مضروبة في عدد الوحدات، وذلك بشرط توافر القيود الآتية:**

القيد الأول: عدد الوحدات التي سوف يتم نقلها يساوي حجم الإنتاج (العرض).

القيد الثاني: عدد الوحدات التي سوف يتم نقلها يساوي حجم الطلب عليها (الطلب).

القيد الثالث: عدد الوحدات المعروضة يساوي عدد الوحدات المطلوبة (العرض = الطلب).

ولتبسيط هذه المشكلة يمكن عرضها في الجدول الآتي:

	D_1	D_2	D_3	Supply
S_1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	C_{13} X_{13}	a_1
S_2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	C_{23} X_{23}	a_2
S_3	C_{31} X_{31}	C_{32} X_{32}	C_{33} X_{33}	a_3
S_4	C_{41} X_{41}	C_{42} X_{42}	C_{43} X_{43}	a_4
Demand	b_1	b_2	b_3	$\sum a_i = \sum b_i$

وذلك بفرض أن لدينا أربعة مصانع هي S_1 , S_2 , S_3 , S_4، وثلاثة أسـواق هـي D_1 D_3, D_2؛ حيث إن المصنع يمثل جانب العـرض Supply، والسوق يمثـل جانـب الطلـب Demand؛ وذلـك لتسهيل عرض المشكلة.

أ.1 طريقة أقل تكلفة (Least Cost Method (LCM):

يتم فحص جميع التكاليف في الجدول، ونختار أصغر تكلفة ممكنـة، ويـتم تحميـل هـذه الخلية بأقصى قدر ممكن من الوحدات. والمقصود بأقصى قدر من الوحدات هو عدد الوحدات المتاحة أو المطلوبة لهذا الصف أو العمود أيهما أصغر. يتم إعادة الخطوات السابقة نفسها مع الخلية التي تليها مباشرة من حيث التكلفـة (حيـث يـتم التعامـل مـع خلايـا الجـدول حـسب الترتيب التصاعدي للتكاليف)، وهكذا حتى يتم نقل جميع الوحدات من المـصانع إلى الأسـواق أو المخازن، ولكن يعاب على هذه الطريقة أنها مطولة، ولا تعطي الحل الأمثل بطريقة مباشرة.

أ.2 طريقة الركن الشمالي الغربي

(North West Corner Method (NWCM

تبـدأ هـذه الطريقـة بتحميـل أول خليـة في أول صـف، وأول عمـود مـن جهـة اليـسار بأقـصى عـدد وحـدات ممكنـة، ثـم نتجـه إلى الخليـة التاليـة لـه، سواء أكانت في صفها نفسه أو عمودهـا نفـسه أو في الـصف أو العمـود التـالي،

وهكذا. وهذه الطريقة يعاب عليها أنها مطولة ولا تعطي الحل الأمثل بطريقة مباشرة.

أ.3 طريقة فوجيل التقديرية (Vogel's Approximation Method (VAM):

يتم تحديد أصغر تكلفة في كل صف وكل عمود، ثم التكلفة التي تليها، ويتم حساب الفرق بينهما، ويتم تسجيل هذه الفروق في جدول، يلي ذلك تحديد أكبر فرق في صف أو عدد الفروق، ويتم تحميل الخلية صاحبة التكلفة الأقل في هذا الصف أو هذا العمود بأقصى عدد وحدات ممكن، ويتم إلغاء صف أو عمود الخلية التي تم تحميلها. يتم إعادة حساب الفروق للجدول الجديد، وتعاد الخطوات نفسها حتى نصل إلى تخصيص جميع الموارد لجميع الغايات.

ب. اختبارات الأمثلية :Optimality tests

يعد حل مشكلة النقل، أو تخصيص مجموعة من الموارد لمجموعة من الغايات، هي أن يتم اختبار ما إذا كان الحل هو الحل الأمثل، أم يوجد حل أفضل منه.

ومن اختبارات أمثلية الحل اختباران، هما:

1-طريقة حجر الوطء (Stepping Stone Method (SSM).
2-طريقة التوزيع المعدل (Modified Distribution Method (MODI).

ب. 1 طريقة حجر الوطء (Stepping Stone Method (SSM):

بعد تحميل بعض خلايا الجدول بعدد من الوحدات، نجد أن هناك بعض الخلايا الأخرى فارغة، ولم يتم تحميلها، فيتم تقييم جميع الخلايا الفارغة؛ لمعرفة تأثير هذه الخلايا على الحل، وذلك عن طريق رسم خط سير يبدأ من الخلية الفارغة، ويتحرك مارًّا بالخلايا المحملة فقط، ويعود مرة ثانية إلى الخلية الفارغة.

وتحسب التكلفة على أساس أن إشارة الخلية الصفرية موجبة، ثم تتردد الإشارات (سالب ثم موجب) ... وهكذا، فإن كانت نتيجة التغير في

التكاليف أكبر من الصفر، فهذا يعني أن هذه الخلية لو دخلت الحل سوف تؤدي إلى زيادة التكاليف، فيتم ترك هذه الخلية. أما إذا كانت نتيجة التغير في التكاليف تساوي صفرًا، فهذا يعني أن هذه الخلية لو دخلت الحل فلا تؤثر على التكالف بالزيادة أو النقص. أما إذا كانت نتيجة التغير أصغر من الصفر، فهذا يعني أن دخول هذه الخلية في الحل يؤدي إلى خفض التكاليف وبالتالي يتم تحديد عدد الوحدات التي يجب نقلها إلى هذه الخلية، وهو أصغر عدد من الوحدات موجود في المسار السالب؛ لتقييم هذه الخلية، على أن يتم تحميل هذه الخلية من الخلايا السالبة في المسار. يتم بعد ذلك تقييم جميع الخلايا الفارغة، ونبدأ بالخلية صاحبة أكبر تقييم سالب ثم التي تليها ... وهكذا. ويظل العمل مستمرًا حتى نصل إلى أن تقييم جميع الخلايا الفارغة أصفار، أو يعطي أرقامًا موجبة، وفي هذه الحالة يكون قد تم الحصول على الحل الأمثل.

ب.2 طريقة التوزيع المعدل (Modified Distribution Method (MODI**):**

تعتمد طريقة التوزيع المعدل على إضافة عمود على يمين الجدول، ويسمى U_I؛ للتعبير عن صفوف الجدول. كما يتم إضافة صف أسفل الجدول يسمى V_J؛ للتعبير عن أعمدة الجدول. يتم تكوين مجموعة من المعادلات للخلايا المحملة فقط؛ حيث إن U_I أو V_j أو كليهما يساوي صفرًا في واحدة من المعادلات فقط؛ حتى نتمكن من حل مجموعة المعادلات آنيًا. يتم تقييم الخلايا الفارغة؛ حتى يتم تحديد قيمة هذه الخلية الفارغة، وهي القيم التي يمكن الحصول عليها باستخدام طريقة SSM، ونكمل الحل بالطريقة السابقة.

وجدير بالذكر أن عدد الخلايا المحملة يجب أن يساوي عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 (m+n-1)**.**

أما في حالة أن عدد الخلايا المحملة أكبر من (m+n-1)، توجد على الأقل خلية واحدة لها أكثر من تقييم، وأما في حالة أن عدد الخلايا المحملة أصغر من (m+n-1)، فإن هذه المشكلة تعتبر مشكلة عدم الانتظام.

ب.3 حالة العرض يساوي الطلب:

مثال توضيحي رقم (1):

تمتلك إحدى الشركات (3) مصانع هيA_1, A_2 , A_3 ، ولـديها 3 مخـازن هـي B_1 , B_3 , B_1، وكانت المصانع تقوم بإنتاج نـوع معـين مـن الـسلع، فـإذا علمـت أن الطاقـة الإنتاجيـة Supply الثلاث للمصانع على الترتيب هـي: 400، 600، 200 وحـدة، أمـا الطاقـة الاسـتيعابية للمخـازن الثلاثة على الترتيب هـي: 200، 700، 300 وحـدة. المطلـوب تحديـد سياسـة نقـل الإنتـاج مـن المصانع إلى المخازن.

إذا كانت المصفوفة التالية توضح تكلفة نقل الوحدة من كل مصنع إلى كل مخزن.

	B_1	B_2	B_3
A_1	120	150	40
A_2	100	80	50
A_3	50	20	100

سيتم حل هذا المثال بثلاث طرق هي: VAM , NWCM , LCM، ومع عرض كل طريقـة مـن طرق الحل يتم تطبيق اختبار أمثلية الحل بطريقتين؛ هما MODI وSSM.

أولًا: الحل باستخدام طريقة LCM:

	B_1	B_2	B_3	Supply
A_1	120	150	40	400
A_2	100	80	50	600
A_3	50	20	100	200
Demand	200	700	300	1200

إن مصفوفة التكاليف يمكن أن تأخذ الرموز التالية:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 & 150 & 40 \\ 100 & 80 & 50 \\ 50 & 20 & 100 \end{bmatrix}$$

عند استخدام طريقه اقل تكلفه LCM يـتم البحـث عـن اقـل تكلفـه في الجـدول، فنجـد أنهاC_{32}، وفيها التكلفة 20 جنيهًا للوحدة، يتم تحميل هذه الخلية بأقصى عدد وحدات ممكـن من الوحدات، وأقصى عدد وحدات هو الرقم الأقل في صف وعمود هـذه الخليـة، ففـي صـف هـذه الخليـة نجـد أن العـرض Supply يـساوي 200 وحـدة، وفي عمـود هـذه الخليـة نجـد أن Demand الطلب يساوي 700 وحدة، وبالتالي يتم تحميل هذه الخليـة بعـدد الوحـدات الأقـل، وهو 200 وحدة.

وعليه، فإن هذه الخطوة يمكن التعبير عنها بالجدول التالي:

Iteration 1-1				
	B1	B2	B3	Supply
A1	120	150	40	400
A2	100	80	50	600
A3	50	20 200	100	0
Demand	200	500	300	1000

يلاحـظ في جـدول Iteration 1-1 أن الخليـة C_{32} يـتم تحميلهـا بعـدد 200 وحـدة، وبالتالي نقص عدد الوحدات المطلوبة من 700 إلى 500 وحدة، أما الوحـدات المعروضـة (الصف الثالث)، فأصبحت تـساوي صـفرًا؛ وذلـك لأنـه تـم تحميـل الكميـة كلهـا (200 وحدة) في الخلية C_{32}، وحيث إن الكمية المعروضة في الـصف الثالـث أصبحـت تـساوي صفرًا، فإن باقي خلايا هذا الصف لا تدرج في الخطوة التالية للحل، وهـذه الخلايـا هـي A_3B_3 ،A_3B_1؛ وذلك نتيجة لتحميل الخلية A_3B_2 بعدد 200 وحدة. ويلاحظ عند تحميل

إحدى الخلايا، فإن عملية التحميل ينـتج عنهـا إلغـاء خلايـا صـف أو عمـود، فـإذا كـان عـدد الوحدات المعروضة (صف) أصغر من عدد الوحدات المطلوبة (عمـود)، فيـتم تحميـل الخليـة بعدد الوحدات المطلوبة، ثم يلي ذلك إلغاء باقي خلايا العمـود. ونتيجـة إلغـاء بعـض الخلايـا، سواء أكانت في صف أو عمود، فإن هذه الخلايا لا تدخل في الحل بعد ذلـك، والخطـوة التاليـة أو المحاولة الثانية Iteration 1-2 لتحميل خلية أخـرى مـن خلايـا الجـدول، وذلـك عـن طريـق البحث في الجدول السابق مباشرة عن أصغر تكلفة من بين الخلايـا الفارغـة المتاحـة، فنجـد أن الخلية C_{13}، وتكلفة نقل الوحدة فيها يساوي 40 جنيهًـا، وبـالنظر إلى عـدد الخلايـا المتاحـة في صفها (الصف الأول)، نجد أنها 400 وحدة وعدد الخلايا المطلوبة في عمودها (العمـود الثالـث) هي 300 وحدة، فيتم تحميل هذه الخلية بعـدد الوحـدات الأقـل وهـو 300 وحـدة. وبالتـالي نحصل على الجدول التالي:

Iteration 1-2				
	B_1	B_2	B_3	Supply
A_1	120	150	40 300	100
A_2	100	80	50	600
A_3	50	20 200	100	0
Demand	200	500	0	700

يلاحظ في جدول Iteration1-2– إن الخلية C_{13} تم تحميلها بعدد 300 وحدة، وبالتالي، فإن عمودها أصبح يساوي صفرًا، وصـفها أصـبح يـساوي 100 وحـدة، وحيـث إن عمودهـا أصـبح يساوي صفرًا، فإن باقي الخلايا في هذا العمود لا تدرج في الخطوة التالية للحل، وهذه الخلايـا: A_2B_3 , A_2B_3 , A_3B_3، وهي الخلايـا التـي يـتم إلغاؤهـا نتيجـة تحميـل الخليـة A_1B_3 بعـدد 300 وحدة.

بالبحـث في الخلايـا الفارغـة والمتاحـة في الجـدول Iteration 1-2، عـن أقـل تكلفـة، نجـد أن أقـل تكلفـة تاليـة هـي الخليـة C_{22}، وتكلفـة نقـل الوحـدة

الواحدة فيها تساي 80 جنيهًا. بفحص عدد الوحدات المتاحة في الصف الثاني (العرض)، والعمود الثاني (الطلب)، نجد أنهما على الترتيب 600، 500 وحدة.

وبالتالي يتم تحميل الخلية C_{22} بالعدد الأقل فيهما، وهو (500) وحدة، وبهذا يمكن الحصول على الجدول الثالث 3- l– –Iteration، والذي يأخذ الصورة التالية (ويلاحظ في هذه الخطوة أن العدد الأقل كان من جانب الطلب (العمود الثاني)، وبهذا فإن باقي الخلايا في العمود الثاني يتم إلغاؤها):

.Iteration 1-3				
	B_1	B_2	B_3	Supply
A_1	120	150	40 300	100
A_2	100	80 500	50	100
A_3	50	20 200	100	0
Demand	200	0	0	200

يلاحظ من هذا الجدول أن الوحدات المتاحة في العمود الثاني أصبحت تساوي صفرًا، وعدد الوحدات المتاحة في الصف الثاني أصبحت تساوي 100 وحدة؛ وذلك لأنه تم تحميل (500) وحدة من (600) وحدة متاحة. وكملحوظة عامة إذا حصلت أثناء الحل على خلية في عمود من أعمدة الطلب Demand تساوي صفرًا، فهذا يعني أن هذا العمود لا يمكن إضافة أي خلية إليه، وبالمثل إذا حصلت على خلية في صف من صفوف العرض Supply تساوي صفرًا، فهذا يعني أنه لا يمكن إضافة أي خلية إلى هذا الصف.

بالبحث في الجدول عن أقل تكلفة في الخلايا الباقية المتاحة، نجد أنها تقع في الخلية C_{21}، وتكلفة نقل الوحدة تساوي (100) جنيه. بفحص صفها وعمودها نجد أن عدد الوحدات المتاحة على الترتيب 100، 200 وحدة، وبتحميل هذه الخلية بعدد الوحدات الأقل وهو 100 وحدة، يمكننا الحصول على الجدول التالي:

Iteration 1-4				
	B_1	B_2	B_3	Supply
A_1	120	150	40 300	100
A_2	100 100	80 500	50	0
A_3	50	20 200	100	0
Demand	100	0	0	100

بفحص الجدول 4- –Iteration نجد آن هناك خلية واحدة فارغة متاحة، وهي C_{11}، وتكلفة نقل الوحدة فيها 120 جنيهًا، بفحص صفها وعمودها نجد أن كلًّا منهما يحتوي على (100) وحدة، وبالتالي يتم تحميل عدد (100) وحدة في هذه الخلية، وبهذا نحصل على الجدول الأخير للحل، والذي يأخذ الصورة التالية:

Iteration 1-5				
	B_1	B_2	B_3	Supply
A_1	120 100	150	40 300	400
A_2	100 100	80 500	50	600
A_3	50	20 200	100	200
Demand	200	700	300	1200

وللتأكد من صحة الحل يتم تجميع الوحدات في كل صف وكل عمود، ومقارنتها بعدد الوحدات المتاحة من كل مصنع وعدد الوحدات المطلوبة لكل مخزن، فإذا كانت المجاميع متطابقة مع الوحدات المتاحة المطلوبة والمعروضة فهذا يثبت صحة الحل.

بعد تحميل خلايا الجدول بعدد الوحدات الممكنة، يتم حساب تكاليف نقل هذه الوحدات كما يلي:

$$= 100\,(120) + 300\,(40) + 100\,(100) + 500\,(80) + 200\,(20) = 78000 \text{ LE}$$

ب.4 تقييم أمثلية الحل باستخدام طريقة حجر الوطء SSM:

يتم تقييم الخلايا الصفرية أو الفارغة، فإذا كان التقييم نتيجته أصفارٌ أو قيمٌ موجبة، فهذا يعني أن الحل الذي تم التوصل إليه حل أمثل. أما في حالة

وجود خلية أو أكثر تقييمها يعطي رقمًا سالبًا، فهذا يعني إمكانية إدخال هذه الخلية لتخفيض التكاليف. فمن الجـدول الأخـير نجـد أن الخلايـا الفارغـة هـي: A_1B_2, A_2B_3 , A_3B_1 A_3B_3، ويـتم تقييم كل خلية فارغة على حدة، وذلك على النحو التالي:

تبدأ بالخلية الفارغة مع إعطائها الإشارة الموجبة، يلي ذلك أول خلية مملوءة وقريبة منها، (سواء أكانت على يسار أو يمين أو أعلى أو أسفل الخلية الفارغة، مـع ضرورة الأخـذ في الاعتبـار أن التحرك من الخلية الفارغـة إلى خليـة مملـوءة يـتم أفقيًـا أو رأسـيًّا فقـط)، وتأخـذ الإشـارة السالبة، ويتتابع الحل، بحيث نحصل على دورة تنتهي مـرة ثانيـة عنـد الخليـة الفارغـة المـراد تقييمها، مرورًا بالخلايا المملوءة فقط، وبهذا فإن مسار تقييم الخلية A_1B_2 يكـون عـلى الـشكل التالي:

$$A_1B_2 = C_{12} - C_{11} + C_{21} - C_{22} = 150 - 120 + 100 - 80 = +50$$

من تقييم الخلية A_1B_2 نجد أن نتيجة التقييم أعطت رقمًا موجبًا، وهـذا يعنـي أن دخـول هذه الخلية إلى الحل سوف يؤدي إلى زيادة التكاليف، وبهذا يتم رفض هذه الخلية. يـتم بعـد ذلك تقييم الخلايا الفارغة؛ خلية تلي الأخرى كما يلي:

تقييم الخلية A_2B_3:

$$A_2B_3 = C_{23} - C_{13} + C_{11} - C_{21} = 50 - 40 + 120 - 100 = +30$$

تقييم الخلية A_2B_3:

$$A_3B_1 = C_{31} - C_{21} + C_{22} - C_{32} = 50 - 100 + 80 - 20 = +10$$

يلاحظ عند تقييم الخلية A_2B_3 أن أقرب خلية مملوءة هـي A_2B_3 (أعـلى الخليـة A_2B_3) أو الخلية A_2B_2 (على يسار الخلية A_2B_3)، فنبدأ المسار بإحداهما، وعلى سبيل المثال نبـدأ بالخليـة A_1B_3، حيث نجد أن أقرب خلية مملوءة لهذه الخلية هي A_1B_1 .. نجد أن أقرب خلية مملـوءة لهذه الخلية هي A_1B_1، وفي المسار نجـد أنـه تـم الانتقـال مـن A_1B_3 إلى A_1B_1 متخطيًـا الخليـة

الفارغة A_1B_2، ثم يتم الانتقال من A_1B_1 إلى A_2B_3 متخطيًا الخليـة A_2B_2، وهـي خلية مملـوءة؛ وذلك لأنه تم تخطي الخلية المقابلة لها في الصف الأول.

أما في حالة بدء التقييم بالخلية A_2B_2، فهذا يعني أن المسار يبدأ بالخلية الفارغة A_2B_3، ثم يتجه يسارًا إلى الخلية A_2B_2، ثم يسارًا إلى الخلية A_2B_1، إلى أعلى إلى الخليـة A_1B_1، ثـم يمينًـا إلى الخلية A_1B_3، وفي هذه الحالة نجد أن الخلية A_2B_2 تم أخذها في الاعتبار عند تـصميم التقيـيم، ولكن الخلية المقابلة لها في الصف الأول فارغة وتم تخطيها، وبالتالي يجب تخطي هذه الخليـة A_2B_2 عند التقييم، وبهذه الطريقة يكون مسار التقييم كما يلي:

$$A_2B_3 = C_{23} - C_{21} + C_{11} - C_{13} = 50 - 100 + 120 - 40 = 30$$

وبهذا التقييم نجد أنه إذا تم البدء بالخلية A_1B_3 أو الخلية A_2B_3، فإن نتيجة التقييم تكون واحدة.

تقييم الخلية A_3B_3:

$$A_3B_3 = C_{23} - C_{21} + C_{11} - C_{13} = 50 - 100 + 120 - 40 = +30$$

من تقييم الخلايا الفارغة نجد أن جميع الخلايا تعطي قيمًا موجبة، وبهذا فإن الحل الذي تم التوصل إليه هو الحل الأمثل، ولا يمكن تخفيض التكاليف عن 78000 جنيه.

ب.5 تقييم أمثلية الحل باستخدام طريقة التوزيع المعدل:

بالرجوع إلى الجدول الأخير Iteration 1-5 للحل يتم إضافة عمود على يمين الجدول، يسمى U_I؛ للتعبير عن صفوف الجدول، كما يتم إضافة صف أسفل الجـدول يـسمى V_J؛ للتعبيـر عـن أعمدة الجدول، وبهذا يكون الجدول كما يلي:

Iteration 1-5					
	B_1	B_2	B_3	Supply	U_i
A_1	120 100	150	40 300	400	U_1
A_2	100 100	80 500	50	600	U_2
A_3	50	20 200	100	200	U_3
Demand	200	700	300	1200	
V_j	V_1	V_2	V_3		

ثم يتم تكوين معادلات الخلايا المملوءة فقط، حيث إن:

$$C_{ij} = U_i + V_j$$

$$C_{11} = U_1 + V_1 \quad \therefore \quad 120 = U_1 + V_1$$

$$C_{13} = U_1 + V_3 \quad \therefore \quad 40 = U_1 + V_3$$

$$C_{21} = U_2 + V_1 \quad \therefore \quad 100 = U_2 + V_1$$

$$C_{22} = U_2 + V_2 \quad \therefore \quad 80 = U_2 + V_2$$

$$C_{32} = U_3 + V_2 \quad \therefore \quad 20 = U_3 + V_2$$

يلاحظ أنه يتكون لدينا خمس معادلات وستة مجاهيل، ولحل هذه المعـادلات يفـترض أن $U_1 =$ 0، وباستخدام التعويض المتتابع نحصل على قيم المتغيرات الـستة، وتكـون النتـائج كـما يلي:

$$U_1 = 0 \qquad V_1 = 120$$

$$U_2 = -20 \qquad V_2 = 100$$

$$U_3 = 80 \qquad V_3 = 40$$

يتم إضافة قيم هذه المتغيرات إلى جدول الحـل الأخـير Iteration 1-5 كـما يـلي: ---م. يـلي ذلك إعادة تقييم الخلايا الفارغة، عن طريق تقـدير تكلفـة النقـل لهـذه الوحـدات؛ حيـث إن التكلفة المقدرة هي C_{ij}، وذلك باستخدام المعادلة كما يلي:

$$C_{ij} = C_{ij} - U_i - V_j$$

$$C_{12} = C_{12} - U_1 - V_2 = 150 - 0 - 100 = +50$$

$$C_{23} = C_{23} - U_2 - V_3 = 50 - -20 - 40 = +30$$

$$C_{31} = C_{31} - U_3 - V_1 = 50 - -80 - 120 = +10$$

$$C_{33} = C_{33} - U_3 - V_3 = 100 - -80 - 40 = 140$$

ومن تقييم الخلايا الفارغة، نجد أن جميع تكاليف النقل المقدرة موجبة (أو أصفار)، وهذا يعني أنه لا يمكن إدخال أي وحـدة إلى الحـل لتخفـيض التكـاليف، أو أن جـدول الحـل الأخـير Iteration 1-5 هو الحل الأمثل، والذي يقوم بنقل الوحدات المعروضة من المـصانع إلى المخـازن بأقل تكلفة ممكنة.

3. الحل باستخدام طريقة الركن الشمالي الغربي (NWCM):

هذه الطريقة تبدأ بتحميل أول خلية في شمال غرب الجدول بأقصى عدد وحدات ممكنة، ثم نتجه إلى الخلية التالية لها، سواء أكانت في صفها أو في عمودها، ويلاحظ أن الانتقال من الخلية الأولى إلى الخلية التالية يجب أن يكون أفقيًا أو رأسيًا فقط. يتم تحميل هذه الخلية بأقصى عدد وحدات ممكنة، وهكذا حتى يتم نقل جميع الوحدات المعروضة من المصانع إلى المخازن، وذلك على النحو التالي:

نبدأ بالخلية A_1B_1، وهي تقع في أقصى شمال غرب الجدول، وبفحص صفها وعمودها، نجد أن عدد الوحدات المطلوبة 200 وحدة (العمود الأول)، بينما عدد الوحدات المعروضة 400 وحدة (الصف الأول)، وبتحميل هذه الخلية بأقصى عدد وحدات ممكنة، فيتم تحميلها بعدد (200) وحدة، وبهذا لا يمكن إضافة أي وحدات في العمود الأول، بينما يتبقى عدد 400 – 200 = 200 وحدة، يمكن تحميلها في الخلايا الباقية من الصف الأول، ويلاحظ أن الخلية A_1B_1 تم تحميلها بعدد 200 وحدة (الطلب)، وبهذا يتم إلغاء باقي الخلايا في العمود الأول، وهي الخلايا A_2B_1، A_3B_1، وبهذا فإن هذه الخلايا غير متاحة في الخطوة التالية.

بالانتقال إلى الخلية A_1B_2، وبفحص صفها وعمودها نجد أن عمودها يحتوي على (700) وحدة، بينما عدد الوحدات الباقية في صفها (200) وحدة، يتم تحميلها بعدد الوحدات الأقل من صفها أو عمودها، وبالتالي يتم تحميل هذه الخلية بعدد (200) وحدة، وبهذا يكون الصف الأول قد تم تحميله بالكامل، ولا يمكن إضافة أي وحدات في الخلايا الباقية في هذا الصف، ويتبقى في العمود الثاني (500) وحدة، وبالانتقال إلى الخلية التالية، وهي A_2B_3، بعد ذلك نجد أنه يتبقى خلية واحدة هي A_3B_3، وعدد وحدات صفها يساوي عدد وحدات عمودها، وهو (200) وحدة، وبتحميل هذه الخلية بهذا العدد من الوحدات، يكون قد تم نقل جميع الوحدات المعروضة إلى المخازن المطلوبة. وبهذا يكون جدول النقل في الصورة التالية بعد تحميل خلايا الجدول. ويتم حساب تكاليف النقل كما يلي:

Iteration 1-5					
	B_1	B_2	B_3	Supply	U_i
A_1	120 / 100	150	40 / 300	400	0
A_2	100 / 100	80 / 500	50	600	-20
A_3	50	20 / 200	100	200	-80
Demand	200	700	300	1200	
V_j	120	100	40		

$$= 200(120) + 200(150) + 500(80) + 100(50) + 200(100) = 11900LE$$

4. تقييم أمثلية الحل باستخدام طريقة حجر الوطأ (SSM):

يتم تقييم الخلايا الفارغة على النحو التالي:

$$A_1B_3 = C_{13} - C_{23} + C_{22} - C_{12} = 40 - 50 + 80 - 150 = -80$$

$$A_2B_1 = C_{21} - C_{11} + C_{12} - C_{22} = 100 - 120 + 150 - 80 = +50$$

$$A_3B_1 = C_{31} - C_{33} + C_{23} - C_{22} + C_{12} - C_{11} = 50 - 100 + 50 - 80 - 150 - 120 = -50$$

$$A_3B_2 = C_{32} - C_{22} + C_{23} = 20 - 80 + 50 - 100 = -110$$

من تقييم الخلايا الفارغة نجد أن هناك خلايا تقييمها موجب، وخلايا تقييمها سالب، بالطبع الخلايا التي تقييمها موجب أو أصفار لا تؤدي إلى خفض التكاليف، بينما الخلايا التي تقييمها سالب سوف تؤدي إلى تحسين الحل وتخفيض التكاليف. بالبحث عن أكبر رقم سالب نجد أن الخلية A_3B_2 تعطي أكبر رقم سالب (-110). لإدخال هذه الخلية في الحل يتم تحميلها بأقل عدد من الوحدات يقع في مسار تقييمها، وبشرط أن تكون الخلية لها إشارة سالبة، فنجد أن مسار التقييم هو:

$$A_3B_2 = C_{32} - C_{22} + C_{23} - C_{33}$$

فنجد أن الخلايا السالبة هي: A_2B_2 ، A_3B_3 والخلية A_3B_3 صاحبة أقل عدد وحدات من خلايا المسار السالبة، وبها 200 وحدة. يتم نقل هذه الوحدات من الخلية A_3B_3 إلى الخلية A_3B_2. ويقابل هذه العملية خفض خلايا المسار الموجبة بعدد الوحدات نفسها، ويمكن أن تتم عملية النقل على النحو التالي:

$$A_3B_2 = A_3B_2 - A_2B_2 + A_2B_3 - A_3B_3$$

$$A_3B_2 = 0 + 200 = 200$$

$$A_2B_2 = 500 - 200 = 300$$

$$A_2B_3 = 100 + 200 = 300$$

$$A_3B_3 = 200 - 200 = 0$$

يتم إعادة تصوير الجدول بعد هذا التعديل كما يلي:

	B_1	B_2	B_3	Supply
A_1	(1) 120 200	(2) 150 200	40	400
A_2	100	(3) 80 500	(4) 50 100	600
A_3	50	20	(5) 100 200	200
Demand	200	700	300	1200

بإعادة تقييم الخلايا الفارغة لجدول Iteration 2-2، نجد أن:

$$A_1B_3 = C_{13} - C_{12} + C_{22} - C_{23} = 40 - 150 + 80 - 50 = -89$$

$$A_2B_1 = C_{21} - C_{11} + C_{12} - C_{22} = 100 - 120 + 150 - 80 = +50$$

$$A_3B_1 = C_{31} - C_{11} + C_{12} - C_{32} = 50 - 120 + 150 - 20 = +60$$

$$A_3B_3 = C_{33} - C_{23} + C_{22} - C_{32} = 100 - 50 + 80 - 20 = +110$$

نجد أن تقييم الخلية A_1B_3 سالب (وفي حالة وجود أكثر مـن خليـة تقييمهـا سـالب، نبـدأ بالخلية صاحبة أكبر رقم سالب)، وبهـذا يـتم إدخالهـا إلى الحـل بالطريقـة الـسابقة، فنجـد أن مسار تقييمها هو:

$$A_1B_3 = A_1B_3 - A_1B_2 + A_2B_2 - A_2B_3$$

$$A_1B_3 = 0 + 200 = 200$$

$$A_1B_2 = 200 - 200 = 0$$

$$A_2B_2 = 300 - 200 = 500$$

$$A_2B_3 = 300 - 200 = 100$$

يتم إعادة تصوير الجدول بعد إجراء هذا التعـديل، فتكـون المحاولـة الثالثـة للوصـول إلى الحل في الصورة التالية:

	B_1	B_2	B_3	Supply
A_1	120 200	150	40 200	400
A_2	100	80 500	50 100	600
A_3	50	20 200	100	200
Demand	200	700	300	1200

بإعادة تقييم الخلايا الفارغة لجدول Iteration 2-3 نجد أن:

$$A_1B_2 = C_{12} - C_{13} + C_{23} - C_{22} = 150 - 40 + 50 - 80 = +80$$

$$A_2B_1 = C_{21} - C_{11} + C_{13} - C_{23} = 100 - 120 + 40 - 50 = -30$$

$$A_3B_1 = C_{31} - C_{11} + C_{13} - C_{23} + C_{22} - C_{32} = 50 - 120 + 40 - 50 + 80 - 20 = -20$$

$$A_3B_3 = C_{33} - C_{23} + C_{22} - C_{32} = 100 - 50 + 80 - 20 = +110$$

نجد أن أكبر رقم سالب (-30)، والخلية هي A_2B_1، وبهذا يتم إدخال هذه الخلية إلى الحل على النحو التالي:

$$A_2B_1 = A_1B_2 - A_1B_3 + A_2B_3 - A_2B_2$$
$$A_2B_1 = 0 + 100 = 100$$
$$A_1B_1 = 200 - 100 = 100$$
$$A_1B_3 = 200 + 100 = 300$$
$$A_2B_3 = 100 - 100 = 0$$

وبهذا تكون المحاولة الرابعة للوصول إلى الحل تأخذ الصورة التالية:

	B_1	B_2	B_3	Supply
A_1	120 / 100	150	40 / 300	400
A_2	100 / 100	80 / 500	50	600
A_3	50	20 / 200	100	200
Demand	200	700	300	1200

بإعادة تقييم الخلايا الفارغة سنجد أنها تعطي أرقامًا موجبة، وبحساب إجمالي تكاليف النقل، سنجد أنها 78000 جنيه، وسنترك تقييم الخلايا الفارغة، وحساب إجمالي تكاليف النقل للقارئ لحسابها.

5. تقييم أمثلية الحل باستخدام طريقة التوزيع المعدل (MODI):

عزيزي الدارس، كما سبق الذكر، يتم تكوين معادلات للخلايا المملوءة فقط على النحو التالي، وذلك من جدول الحل الأول Iteration 2-1 .

$$C_{ij} = U_i + V_j$$
$$C_{11} = U_1 + V_1 \quad \therefore \quad 120 = U_1 + V_1$$
$$C_{12} = U_1 + V_2 \quad \therefore \quad 150 = U_1 + V_2$$
$$C_{22} = U_2 + V_2 \quad \therefore \quad 80 = U_2 + V_2$$
$$C_{23} = U_2 + V_3 \quad \therefore \quad 50 = U_2 + V_3$$
$$C_{33} = U_3 + V_3 \quad \therefore \quad 100 = U_3 + V_3$$

يلاحظ أنه يتكون لدينا خمس معادلات وستة مجاهيل. ولحل هذه المعـادلات يفـترض أن $U_1 = 0$، وباستخدام التعويض المتتـابع يـتم تقـدير قِـيَم بـاقي المتغـيرات (المجاهيـل)، وتكـون النتائج على النحو التالي:

$$U_1 = 0 \qquad V_1 = 120$$
$$U_2 = -70 \qquad V_2 = 150$$
$$U_3 = 20 \qquad V_3 = 120$$

بإضافة قيم المتغيرات المقدرة إلى الجدول Iteration 2-1 نحصل على الصورة التالية:

	B_1	B_2	B_3	Supply	U_i
A_1	120 200	150 200	40	400	0
A_2	100	80 500	50 100	600	-70
A_3	50	20	100 200	200	-20
Demand	200	700	300	1200	
V_j	120	150	120		

يتم تقييم الخلايا الفارغة باستخدام المعادلة:

$$C_{ij} = C_{ij} - U_i - V_j$$
$$C_{13} = C_{13} - U_1 - V_3 = 40 - 0 - 120 = 080$$
$$C_{21} = C_{21} - U_2 - V_1 = 100 - -70 - 120 = +50$$
$$C_{31} = C_{31} - U_3 - V_1 = 50 - -20 - 120 = -50$$
$$C_{32} = C_{32} - U_3 - V_2 = 20 - -20 - 150 = -110$$

يتم إدخال الخلية صاحبة أكبر رقم سالب إلى الحل بالطريقة السابقة نفـسها SSM، ويـتم إعادة حساب U_i , V_j مرة أخرى؛ حتى نصل إلى جميع المقدرة C_{ij} أصفار أو قيم موجبة.

6. الحل باستخدام طريقة فوجيل التقريبية (VAM):

هذه الطريقة تعتمد على حساب الفرق بين أصغر تكلفة والتكلفة التي تليها مباشرة، وذلك لكل صف وكل عمود على حدة. يتم اختيار أكبر فرق ممكن، فيتم تحديد الصف أو العمود الذي نعمل عليه، وفي هذا الصف أو العمود نختار الخلية صاحبة أقل تكلفة نقل، ويتم تحميلها بأقصى عدد من الوحدات، وبهذا يكون قد تم تكوين الصف الأول في جدول الفروق. نعيد الحسابات نفسها مرة أخرى لتكوين الصف الثاني في الجدول، ونختار خلية جديدة ... وهكذا.

وبالرجوع إلى المشكلة الأصلية، نجد أن جدول التكاليف يأخذ الصورة التالية:

	B_1	B_2	B_3	Supply
A_1	120	150	40	400
A_2	100	80	50	600
A_3	50	20	100	200
Demand	200	700	300	1200

بحساب الفرق بين أقل تكلفة، والتكلفة التالية لها في كل صف وكل عمود، نحصل على جدول الفروق الآتي:

Rows			Columns			Cells	Units
A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3		
80	30	30	50	60	10	A_1B_3	300
30	20	30	50	60	-	A_3B_2	200
30	20	-	20	70	-	A_2B_2	500
120	100	-	20	-	-	A_1B_1	100
100	-	-	100	-	-	A_2B_1	100

نجد أن جدول الفروق يتكون من أربعة أجزاء؛ الجزء الأول للتعبير عن الصفوف *Rows*، وهذا الجزء مقسم إلى ثلاثة أعمدة *A3 , A2 , A1*، بواقع عمود لكل مصنع، والجزء الثاني للتعبير عن الأعمدة *Columns*، ومقسم إلى ثلاثة أعمدة؛ هي*B1 , B3 , B2*، بواقع عمود لكل مخزن، أما الجزء الثالث فيتم تحديد الخلايا *Cells* التي يتم تحميلها، والجزء الرابع لتحديد عدد الوحدات التي يتم تحميلها في كل خلية.

إن هذا الجدول (جدول الفروق) يتم تكوينه صفًّا يلي الآخر على النحو التالي:

الصف الأول من جدول الفروق:

ففي جدول المشكلة الأصلي نجد أن الفرق بين أصغر تكلفة والتكلفة التالية لها مباشرة في الصف الأول هي 120 – 40 = 80، وذلك من جدول النقل، وفي صف *A2* نجد أن الفرق بين أصغر تكلفتين هي 80 – 50 =30، وفي صف *A3* نجد أن الفرق بين أصغر تكلفتين هي 50 - 20=30، وهكذا بالنسبة لكل عمود، فنجد أن الفرق بين أصغر تكلفتين في أعمدة جدول النقل على الترتيب هي (50) للمخزن الأول *B1*، *60*، للمخزن الثاني B_2، *10*، للمخزن الثالث *B3* لكل من *B3 , B2 , B1*. بالنظر إلى جدول الفروق والبحث عن أكبر فرق فيه، نجد أن أكبر فرق هو (80)، وهو يمثل الفرق بين الخليتين A_1B_1 , A_1B_3. باختيار الخلية التي تحقق أقل تكلفة، نجد أنها A_1B_3 وتكلفة النقل فيها 40 جنيهًا للوحدة، يتم تحميل هذه الخلية بأقصى عدد من الوحدات (عدد الوحدات الأقل من صفها 400 وعمودها 300) وهو (300) وحدة، فيتم كتابة اسم الخلية في عمود *Cells*، وعدد الوحدات في عمود *Units*، بهذا يكون عمود B_3 قد تم استنفاده، ولا يمكن إضافة وحدات جديدة إليه. أما الصف الأول، فنجد فيه أن عدد الوحدات الباقية فيه (100) وحدة.

نرجع مرة أخرى إلى جدول الفروق لتسجيل الفرق بين أصغر تكلفتين في الصفوف والأعمدة الباقية، مع الأخذ في الاعتبار أن العمود الثالث من جدول النقل قد تم استنفاده. بحساب الفرق للصفوف والأعمدة على الترتيب، نحصل

على الصف الثاني من جدول الفروق، وهـو 60، 50، 30، 20، 30، ونجـد أن أكـبر فـرق هـو 60، ويقع في عمود B_2 من جدول النقل، ونجـد أن أصـغر تكلفـة تقـع في الخليـة A_3B_2، وبتحميلهـا بأقصى عدد وحدات ممكنة من صفها وعمودها، نجد أن عـدد هـذه الوحـدات (200) وحـدة، وبهذا يكون الصف الثالث من جدول النقل قد تم استنفاذه، والعمود الثـاني يتبقـى بـه (500) وحدة ... وهكذا حتى نصل إلى الخلية A_1B_1، وعدد الوحدات الباقية هي (100) وحدة، وبهـذا يكون قد تم تحميل جميع الخلايا. ويظهر الحل في الجدول التالي:

	B_1	B_2	B_3	Supply
A_1	120 100	150	40 300	400
A_2	100 100	80 500	50	600
A_3	50	20 200	100	200
Demand	200	700	300	1200

لعل طريقة الحل باستخدام *VAM* تبـدو صـعبة، وتحتـاج إلى تركيـز مـن القـارئ حتـى لا تخطئ في الحل، ولتبسيط هذه الطريقة سيتم حل المثال السابق بطريقة توضيحية أكثر، حيث يتم البدء من الجدول الأول للمثال، ونبدأ بإضافة عمود وصف إلى الجدول؛ لنسجل فيه الفرق بين أصغر تكلفتين في كل صف وكل عمود، وهذا العمود يسمى *Diff*.

	B_1	B_2	B_3	Supply	Diff
A_1	120	150	40 300	400	80
A_2	100	80	50	600	30
A_3	50	20	100	200	30
Demand	200	700	300	1200	
Diff	50	60	10		

من صف وعمود *Diff* يتم اختيار أكبر رقم (أكبر فرق)، ونجد أنه يقع في الصف الأول، وقيمته 80. بفحص هذا الصف نجد أن أصغر تكلفة في هذا الصف هي A_1B_3، فيتم تحميلها بأقصى قدر ممكن (عدد الوحدات الأقل من صفها وعمودها)، وهو 300 وحدة. بهذا يكون العمود الثالث قد تم استنفاده، والصف الأول يتبقى به (100) وحدة فقط. يتم الانتقال إلى الجدول التالي لإعادة الخطوات السابقة نفسها.

ويلاحظ في هذا الجدول أن الفرق بين أصغر تكلفتين في الصف الأول بين الخليتين A_1B_2 , A_1B_1؛ وذلك لأن A_1B_3، قد يتم تحميلهما. وفي الصف الثاني نجد أن الفرق بين A_2B_1 , A_2B_2، وذلك لأن العمود الثالث قد تم استنفاده، وكذلك الصف الثالث كان الفرق بين A_3B_1 , A_3B_2، أما بالنسبة للأعمدة، فقد تم حساب الفرق للعمودين الأول والثاني، أما الثالث فلم يتم حسابه؛ لأنه لا يدخل في الحل هذه المحاولة. باختيار أكبر رقم من صف وعمود *Diff*، نجد أنه (60)، وهو يقع في العمود الثاني. بفحص العمود الثاني نجد أن أصغر تكلفة هي A_3B_2، وبتحميل هذه الخلية بأقصى قدر ممكن من الوحدات، نجد أنه يمكن تحميلها بعدد (200) وحدة، وبهذا يكون الصف الثالث من الجدول قد تم استنفاده، والعمود الثاني يتبقى به (500) وحدة. ويمكن أن يكون الجدول التالي في الصورة التالية.

بحساب الفرق للخلايا الباقية واختيار أكبر فرق، نجد أنه يقع في العمود الثاني، ومقداره (70)، حيث إن أصغر تكلفة في العمود الثاني هي A_2B_2، فيتم تحميلها بعدد (500) وحدة.

وبالتالي يمكن الحصول على الجدول التالي:

	B_1	B_2	B_3	Supply	Diff
A_1	120	150	40 300	100	30
A_2	100	80 500	50	600	20
A_3	50	20 200	100		
Demand	200				
Diff	20				

بحساب الفرق للخلايا المتاحة واختيار أكبر رقم من صف وعمود *Diff*، نجد أنه يقع أمام الخلية A_1B_1، فيتم تحميلها بعدد (100) وحدة، ويلي ذلك الخلية الباقية الوحيدة، وهي A_2B_1، فيتم تحميلها بالوحدات الباقية، وهي (100) وحدة.

ويكون الجدول الأخير في الصورة التالية:

	B1	B2	B3	Supply
A1	120 100	150	40 300	400
A2	100 100	80 500	50	600
A3	50	20 200	100	200
Demand	200	700	300	1200

وبحساب إجمالي تكاليف النقل نجد أن:

$$= 100\ (120) + 300\ (40) + 100\ (100) + 500\ (80) + 200\ (20) = 78000\text{LE}$$

وبتقييم الحل بإحدى الطريقتين *SSM* أو *MODI* نجد أن هذا هو الحل الأمثل.

الحالة الثانية: حالة العرض لا يساوي الطلب:

في المثال السابق كان عدد الوحدات المعروضة يساوي عدد الوحدات المطلوبة. أما الآن فنتطرق إلى حالة أخرى، وهي أن عدد الوحدات المطلوبة لا يساوي عدد الوحدات المعروضة، وفي هذه الحالة يتم إضافة خانة وهمية *Dummy* إلى الرقم الأقل؛ حتى يتساوى العرض مع الطلب، ويلاحظ أن تكلفة النقل في الخانة الوهمية يساوي صفرًا.

مثال توضيحي رقم (2):

شركة تأجير سيارات لديها معرضان لإيجار السيارات، وعدد السيارات المتاحة في المعرض 13، 15 سيارة على الترتيب، وكان على الشركة نقل السيارات المؤجرة من (4) أماكن إلى المعرضين، وكانت تكاليف نقل السيارة من كل مكان من الأماكن الأربعة (حيث يتركها العميل) إلى مقري الشركة، موضح بالجدول الآتي:

	1	2	3	4
Source 1	45	17	21	30
Source 2	14	18	19	31

وكان عدد السيارات في الأماكن الأربعة على الترتيب 9، 6، 7، 9 سيارة، وكان المطلوب نقل هذه السيارات من الأماكن الأربعة إلى مقري الشركة، **باستخدام طريقة** ***VAM***.

الحــل: نجــد أن عــدد الــسيارات المتاحــة في مقــري الــشركة تمثــل العــرض $Supply = 15 + 13 = 28$؛ بينما عدد السيارات المراد نقلها من الأماكن التي يتركها فيها العملاء تمثل الطلب $Demand = 9 + 6 + 7 = 31$.

وحيث إن العرض لا يساوي الطلب بفارق ثلاث سيارات، فيتم إضافة خانة وهمية *Dummy* تكلفة النقل فيها تساوي صفرًا. ويلاحظ في هذا الجدول أن مقري الشركة S_1 , S_2 يمثلان جانب العرض؛ ولهذا يتم وضعها في يسار الجدول، أما الأماكن الأربعة D_1 , D_2 , D_3 , D_4، فيمثلان جانب الطلب؛ ولهذا يتم وضعهم أعلى الجدول. نجد من الجدول أن مجموع الصفوف (جانب العرض) يساوي (28) سيارة، أما مجموع الأعمدة (جانب الطلب) فيساوي (31) سيارة. إذن مجموع الصفوف أصغر من مجموع الأعمدة، وفي هذه الحالة يتم إضافة صف وهمي؛ حتى يتساوى مجموع الصفوف مع مجموع الأعمدة. أما في حالة أن مجموع الأعمدة أقل من مجموع الصفوف، فيتم إضافة عمود وهمي؛ ليتساوى مجموع الأعمدة مع مجموع الصفوف.

وبهذا يصبح جدول النقل الأساسي كما يلي:

Rows			Columns				Cells	Units
S_1	S_2	S_3	D_1	D_2	D_3	D_4		
4	4	0	14	17	19	30	S_3D_4	3
4	4	-	31	1	2	1	S_2D_1	9
4	1	-	-	1	2	1	S_1D_2	6
9	12	-	-	-	2	1	S_2D_3	4
9	-	-	-	-	21	30	S_1D_4	6
21	-	-	-	-	21	-	S_1D_3	3

نبدأ بتكوين جدول الفروق؛ حيث يتم حساب الفرق بين أصغر تكلفة والتكلفة التي تليها في كل صف وكل عمود على حدة؛ لتكون الصف الأول من جدول الفروق، ثم نختار أكبر رقم من هذا الصف، ونحدد الخلية التي تعطي أقل تكلفة، ويتم تحميلها بأقصى عدد ممكن من الوحدات.

	D_1	D_2	D_3	D_4	Supply
S_1	45	17	21	30	15
S_2	14	18	19	31	14
S_3 Dummy	0	0	0	0	3
Demand	9	6	7	9	31

وبهذا يكون جدول الحل النهائي في الصورة التالية:

	D_1	D_2	D_3	D_4	Supply
S_1	45	17 6	21 3	30 6	15
S_2	14 9	18	19 4	31	14
S_3 Dummy	0	0	0	0 3	3
Demand	9	6	7	9	31

وتكون تكلفة نقل الوحدات من الأماكن الأربعة إلى مقري الشركة؛ هي:

مثال توضيحي رقم (3):

جِدْ الحل الأمثل لمشكلة النقل التالية باستخدام طريقة الركن الشمالي الغربي NWCM؛ حيث إن العمود الأخير يمثل العرض والصف الأخير يمثل الطلب، والأرقام داخل الجدول تكاليف نقل الوحدة التالية:

F_i / W_i	F_1	F_2	F_3	Supply
W_1	2	6	4	8
W_2	5	4	3	2
W_3	3	2	1	8
Demand	5	6	7	18

الحل:

في طريقة NWCM نبدأ بالخلية التي تقع في أعلى مسار الجدول، وهي الخلية W_1F_1، ويتم تحميلها بأقصى عدد من الوحدات. وأقصى عدد من الوحدات هو عدد الوحدات الأقل في صفها أو عمودها، ونجد أن العمود الأول المطلوب فيه خمس وحدات، والصف الأول المتاح فيه ثماني وحدات، وبهذا يتم تحميل الخلية *W1F1* بخمس وحدات، وبهذا يكـون العمـود الأول قـد تـم استنفاده بالكامل، ويتبقى من الصف الأول ثلاث وحدات. يـلي ذلـك الاتجـاه يمينًا إلى الخليـة *W1F2*، ويتم تحميلها بثلاث وحدات، ثم الاتجاه رأسـيًّا وإلى أسـفل إلى الخليـة *W2F2*، وهكـذا حتى نحصل على الجدول التالي:

F_i / W_i	F_1	F_2	F_3	Supply
W_1	(1) 5 [2]	(2) 3 [6]	[4]	8
W_2	[5]	(3) 2 [4]	[3]	2
W_3	[3]	(4) 1 [2]	(5) 7 [1]	8
Demand	5	6	7	18

ويمكن من هذا الجدول حساب إجمالي تكاليف النقل كما يلي:

تقييم أمثلية الحل بطريقة *SSM*:

يتم تقييم الخلايا الصفرية كما يلي:

تقييم الخلية W_1F_3:

$$W_1F_3 = C_{13} - C_{12} + C_{32} - C_{33} = 4 - 6 + 2 - 1 = -1$$

تقييم الخلية W_2F_1:

$$W_2F_1 = C_{21} - C_{11} + C_{12} - C_{22} = 5 - 2 + 6 - 4 = +5$$

تقييم الخلية W_2F_3:

$$W_2F_3 = C_{23} - C_{22} + C_{32} - C_{33} = 3 - 4 + 2 - 1 = ZERO$$

تقييم الخلية W_3F_1:

$$W_3F_1 = C_{31} - C_{11} + C_{12} - C_{32} = 3 - 2 + 6 - 2 = +5$$

يلاحظ عند تقييم الخلايا الفارغة في مشكلة تخفيض التكاليف أنه إذا كانت:

- جميع النتائج أرقامًا موجبةً أو أصفارًا، فهذا يعني الوصول إلى الحل الأمثل.
- إذا كانت النتائج أرقامًا سالبة، فهذا يعني عدم الوصول إلى الحل الأمثل، ويمكن تحسين الحل لخفض التكاليف، وذلك بإدخال الخلية الفارغة صاحبة أكبر رقم سالب في الحل.

يلاحظ أن الخلية W_1F_3 صاحبة أكبر رقم سالب، ولإدخالها في الحل يتم تحميلها بأقل عدد من الوحدات في مسار تقييمها، بشرط أن تكون للخلية إشارة سالبة. ونجد أن مسار تقييم هذه الخلية هو:

$$W_1F_3 = W_1F_3 - W_1F_2 + W_3F_2 - W_3F_3$$

فنجد أن الخلايا السالبة هي: W_1F_2، W_3F_3، والخلية W_1F_2 بها أقل عدد وحدات (ثلاث وحدت)، يتم نقل ثلاث وحدات من الخلايا السالبة إلى الخلايا الموجبة على النحو التالي:

$$W_1F_3 = W_1F_3 - W_1F_2 + W_3F_2 - W_3F_3$$

$$W_1F_2 = \square - 3 = 0 \quad W_1F_3 = \square + 3 = 3$$

$$W_3F_3 = \square - 3 = 4 \quad W_3F_2 = \square + 3 = 4$$

وبهذا يكون جدول النقل كما يلي:

	F1	F2	F3	supply
W1	[٢] ٥	[٦]	[٤] ٣	8
W2	[٥]	[4] ٢	[3]	٢
W3	[3]	[2] ٤	[1] ٤	٨
Demand	٥	٦	٧	١٨

يتم تقييم الخلايا الصفرية في الجدول الأخير على النحو التالي:

$$W_1F_2 = 6 - 4 + 1 - 2 = 1$$
$$W_2F_1 = 5 - 2 + 4 - 1 = 4$$
$$W_2F_3 = 3 - 4 + 2 - 1 = ZERO$$
$$W_3F_1 = 3 - 2 + 4 - 1 = +4$$

وحيث إن نتائج التقييم كلها أصفار أو أرقام موجبة، فهذا يعني أن الجدول الأخير هو جدول الحل الأمثل، وبهذا تكون تكاليف النقل هي:

حالة تعظيم الأرباح:

حالة تعظيم الأرباح تختلف عن تخفيض التكاليف في النقاط التالية:

1. عند استخدام طريقة LCM كان يتم اختيار أصغر تكلفة في الجدول؛ وذلك بهدف تخفيض التكاليف، أما في حالة الأرباح، فيتم اختيار أكبر خلية في الجدول؛ لنبدأ الحل بها، وتسمى هذه الطريقةMPM) (Maximum Profit Method؛ وذلك بهدف تعظيم الأرباح.
2. عند استخدام طريقة VAM كان يتم حساب الفرق بين أصغر تكلفتين لكل صف وكل عمود؛ وذلك بهدف تخفيض التكاليف. أما في حالة تعظيم الأرباح، فيتم حساب الفرق بين أكبر رقمين لكل جدول، ويلي ذلك اختيار أكبر فرق، ويتم تحميل الخلية الكبرى وليست الصغرى.
3. عند تقييم أمثلية الحل بطريقة SSM، يتم اختيار الخلايا صاحبة أكبر رقم موجب في التقييم.
4. الحل الأمثل يتمثل في الحصول على تقييم الخلايا الفارغة، عندما يكون أصفارًا أو قيمًا سالبة.

مثال توضيحي رقم (4):

شركة لديها ثلاثة مصانع: A_1 , A_2 , A_3، ولديها ثلاثة مخازن B_1 , B_2 , B_3، وتوافرت لدينا البيانات التالية عن حجم الإنتاج وتكاليف الإنتاج للوحدة، بالإضافة إلى تكاليف نقل الوحدة من أي من المصانع الثلاثة إلى أي من المخازن الثلاثة.

المصنع	عدد الوحدات	تكلفة الإنتاج	تكلفة النقل		
			B_1	B_2	B_3
A_1	2000	200	60	80	50
A_2	2500	280	100	30	100
A_3	1800	300	80	120	70

وكان عدد الوحدات المطلوبة للمخزن الأول B_1 هي 1600 وحدة، وللمخزن الثاني B_2 هي 2400 وحدة، والمخزن الثالث B_3 2000 وحدة، إذا علمت أن سعر الوحدة في المخزن الأول B_1 450 جنيهًا، وفي المخزن الثاني B_2 420 جنيهًا، وفي المخزن الثالث B_3 400 جنيه. المطلوب تحديد عدد الوحدات الواجب نقلها من كل مصنع إلى كل مخزن بشرط تعظيم الأرباح.

الحل:

التكاليف الكلية = تكاليف الإنتاج + تكاليف النقل.

يلاحظ في هذه المصفوفة أن تكلفة الإنتاج في المصنع الأول A_1 هي (200) جنيه للوحدة، وتكلفة نقل الوحدة من المصنع الأول إلى المخزن الأول (60) جنيهًا، وإلى المخزن الثاني (80) جنيهًا، وإلى المخزن الثالث (50) جنيهًا، وبالتالي فإن التكلفة الكلية للوحدة المنتجة بواسطة المصنع الأول تساوي (260) جنيهًا في المخزن الأول، و(280) جنيهًا في المخزن الثاني، و(250) جنيهًا في المخزن الثالث. وخلاصة القول أنه عند حساب التكاليف الكلية يتم جمع الصفوف، حيث إن الصفوف تمثل المصانع الثلاثة.

صافي الربح = سعر البيع - إجمالي التكاليف.

يلاحظ في هذه المصفوفة أن أعمدة المصفوفة تمثل المخازن، ولهذا عند حساب صافي الربح، يتم طرح سعر بيع الوحدة في المخزن الأول -وهو (450) جنيهًا -من التكلفة الكلية للوحدة من المخزن الأول، والواردة إليه من المصانع الثلاث.

$$\begin{bmatrix}450\\420\\400\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}260 & 280 & 250\\380 & 310 & 380\\380 & 420 & 320\end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix}450 & 420 & 400\\450 & 420 & 400\\450 & 420 & 400\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}260 & 280 & 250\\380 & 310 & 380\\380 & 420 & 320\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}190 & 140 & 150\\70 & 110 & 20\\70 & 0 & 30\end{bmatrix}$$

وبهذا يمكن تكوين جدول صافي الربح كما يلي:

	B_1	B_2	B_3	Supply
A_1	190	140	150	2000
A_2	70	110	20	2500
A_3	70	0	30	1800
Demand	1600	2400	2000	6300/ 6000

يلاحظ أن العرض Supply أكبر من الطلب Demand، فيجب إضافة عمود وهمي؛ حتى يتساوى العرض مع الطلب، وهذا المتغير الوهمي يكون ربحه صفرًا، وبهذا يصبح الجدول في الصورة التالية:

	B_1	B_2	B_3	B_4	Supply
A_1	190	140	150	0	2000
A_2	70	110	20	0	2500
A_3	70	0	30	0	1800
Demand	1600	2400	2000	300	6300

الحل بطريقة (MPM) أسلوب تعظيم الأرباح:

نبدأ بالبحث عن أكبر ربح في الجدول، ثم الخلية التي تليها ... وهكذا.

أكبر	الخلية	المتاح فى	المتاح فى	التحميل	باقى فى	باقى فى	إلغاء
١٩٠	A_1B_1	٢٠٠٠	١٦٠٠	١٦٠٠	٤٠٠	٠	B_1
١٥٠	A_1B_3	٤٠٠	٢٠٠٠	٤٠٠	-	١٦٠٠	A_1
١١٠	A_2B_2	٢٥٠٠	٢٤٠٠	٢٤٠٠	١٠٠	-	B_2
٣٠	A_3B_3	١٨٠٠	١٦٠٠	١٦٠٠	٢٠٠	-	B_3
٥	A_3B_4	٢٠٠	٢٠٠	٢٠٠	-	-	A_3
٥	A_2B_4	١٠٠	١٠٠	١٠٠	-	-	

وبهذا يكون جدول الحل كما يلي:

	B_1	B_2	B_3	B_4 dummy	Supply
A_1	190 / 1600	140	150 / 400	0	2000
A_2	70	110 / 2400	20	0 / 100	2500
A_3	70	0	30 / 1600	0 / 200	1800
Demand	1600	2400	2000	300	6300

الحل بطريقة فوجيل التقريبية (VAM):

يتم تكوين جدول الفروق كما يلي:

Rows			Columns				Cells	Units
A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3	B_4		
40	40	40	120	30	120	0	A_1B_1	1600
10	90	30	-	30	120	0	A_1B_3	400
-	90	30	-	110	10	0	A_2B_2	2400
-	20	30	-	-	10	0	A_3B_3	1600
-	0	0	-	-	-	0	A_2B_4	100
			-			0	A_3B_4	200

يلاحظ في السطر الأخير من جدول الفروق، أن جميع الفروق أصبحت أصفارًا، أي لا نستطيع اختيار إحدى الخلايا. ولكن بالنظر إلى الخلايا غير المحملة في الجدول نجد أنها A_3B_4 A_2B_4، ولا يمكن أن نخطئ في تحميلها؛ لأن كل خلية ليس لها إلا سبيل واحد للتحميل، وهو 100، 200 وحدة على الترتيب. ونجد أن جدول الحل الذي يتم التوصل إليه بطريقة VAM هو الجدول نفسه الذي توصلنا إليه بطريقة MPM السابقة، حيث نجد في هذا الحل أن الخلية A_2B_4 بها 100 وحدة، وحيث إن B_4 مخزن وهمي، فهذا يعني أن المصنع A_2 يجب تخفيض إنتاجه بعدد 100 وحدة، وكذلك المصنع A_3 يجب تخفيض إنتاجه بعدد (200) وحدة.

ومن هذا الجدول نجد أن إجمالي الأرباح هو:

$$Z = 190\,(1600) + 150\,(400) + 110(2400) + 30(1600) = 685000 L.E$$

تقييم أمثلية الحل باستخدام طريقة SSM:

تقييم الخلايا الصفرية أو الخلايا الفارغة:

$$A_1B_2 = C_{12} - C_{13} + C_{33} - C_{34} + C_{24} - C_{22} = 140 - 150 + 30 - 0 + 0 - 110 = -90$$

$$A_1B_4 = C_{14} - C_{34} + C_{33} - C_{13} = 0 - 0 + 30 - 150 = -120$$

$$A_2B_1 = C_{21} - C_{24} + C_{34} - C_{33} + C_{13} - C_{11} = 70 - 0 + 0 - 30 + 150 - 190 = Zero$$

$$A_2B_3 = C_{23} - C_{24} + C_{34} - C_{33} = 20 - 0 + 0 - 30 = -10$$

$$A_3B_1 = C_{31} - C_{33} + C_{13} - C_{11} = 70 - 30 + 150 - 190 = Zero$$

$$A_3B_2 = C_{32} - C_{34} + C_{24} - C_{22} = 0 - 0 + 0 - 110 = -110$$

يلاحظ عند تقييم الخلايا الصفرية، وفي حالة تعظيم الأرباح أنه:

1. إذا كان تقييم الخلايا موجبًا، فهذا يعني أن هذه الخلية تؤدي إلى زيادة الأرباح، وبالتالي نبحث عن أكبر رقم موجب في الخلية من التقييم، ونحاول تحميلها.
2. إذا كان تقييم الخلية صفرًا، فهذا يعني أن دخول هذه الخلية لا يؤثر على الأرباح بالزيادة أو النقص.
3. إذا كان تقييم الخلية سالبًا، فهذا يعني أن هذه الخلية تؤثر على الأرباح بالنقص، ويجب أن نترك هذه الخلية.

تمارين عامة:

1. إذا توافرت لديك البيانات التالية عن تكلفة نقل الوحدة من ثلاثة مصانع A,B,C إلى مخزنين N, M، وكان العمود الأخير يمثل الكميات المعروضة من المصانع الثلاث، والصف الأخير يمثل الكميات المطلوبة لكل مخزن. المطلوب إيجاد الحل الأمثل لهذه المشكلة بطريقة الركن الشمالي الغربي.

Stores / Factories	m	n	Supply
A	60	50	7
B	65	52	8
C	55	48	10
Demand	12	5	

جد الحل الأمثل لمشكلة النقل الآتية باستخدام طريقة فوجيل التقريبيـة VAM؛ حيـث إن العمود الأخير بالمصفوفة يمثل العرض، والصف الأخير يمثـل الطلـب، والأرقـام داخـل المـصفوفة تمثل تكلفة نقل الوحدة. ثم اختبر أمثلية الحل بطريقة MODI.

Stores / factories	m	n	o	p	Supply
A	2	4	2	6	2700
B	3	3	5	4	3000
Demand	100	1500	1200	2000	5700

شركة لديها ثلاثة مصنع C , B , A ولديها أربعة مخازنG , F , E , D إذا علمـت أن الإنتـاج الـشهري للمـصنع A يبلـغ (70) وحـدة، وللمـصنع 90 ((B وحـدة، وللمـصنع (115 (C وحـدة، وكانت الطاقة الاستيعابية للمخازن الأربعـة عـلى الترتيـب 50، 60، 70، 95. إذا تـوافرت لـديك بيانات عن تكاليف نقل الوحدة من كل مصنع إلى كل مخزن في المصفوفة التاليـة، فجِدْ الحـل الأمثل لهذه المشكلة إذا كان الهدف هو تخفيض التكـاليف الكليـة للنقـل، مـستخدمًا طريقـة فوجيل التقريبية VAM، ثم اختبر أمثلية الحل مستخدمًا طريقة SSM.

	D	E	F	G
A	17	20	13	12
B	15	21	26	25
Demand	15	14	15	17

جد الحل الأمثل لمشكلة النقل الآتية، والتي تشتمل على أربعة مصادر وخمسة مراكز للطلب باستخدام طريقة فوجيل التقريبية VAM:

BI / AI	B1	B2	B3	B4	B5	supply
AI	6	2	8	7	5	40
A2	4	3	7	5	9	70
A3	2	1	3	6	4	60
A4	5	6	4	8	3	30
Demand	30	60	50	40	20	200

جدْ الحل الأمثل لمشكلة النقل الآتية مستخدمًا طريقة أقل تكلفة LCM، ثم اختبر أمثلية الحل باستخدام طريقة حجر الوطء SSM.

BI / AI	B1	B2	B3	B4	B5	supply
AI	12	4	9	5	8	55
A2	8	1	6	6	7	45
A3	1	12	4	7	7	30
A4	10	15	6	9	1	50
A5	40	20	50	40	20	180

جدْ الحل الأمثل لمشكلة النقل الآتية باستخدام طريقة فوجيل التقريبية VAM، ثـم اختبر أمثلية الحل إذا كان الهدف تخفيض تكاليف النقل الكلية.

BI AI	B1	B3	B2	B3	supply
AI	9	9	8	6	150
A2	4	4	5	7	100
A3	6	6	10	12	200
A4	200	6	175	75	450

2. شركة لإنتاج الغذاء، لديها مصنعان لإنتاج الخبز، فإذا كانت بيانات المصنعين؛ هي:

المصنع	الطاقة الإنتاجية	تكلفة الإنتاج
A	2500	23
B	1200	23

وكان هناك أربعة مطاعم تريد شراء هذا الخبز، فإذا كانت بيانات الطلب هي:

المصنع	الاحتياج الكلي	السعر المقدم
C	1800	39
B	2300	34
E	550	40
F	1750	36

كما أن أسعار نقل الخبز من المصانع إلى المطاعم هي:

	C	B	E	F
A	6	8	11	G
B	12	6	8	5

المطلوب مساعدة مدير الشركة على بيع إنتاج المطاعم الأربعة بشرط تعظيم الأرباح.

الخاتمة:

نماذج النقل هي أسلوب مبسط من أساليب البرمجة الخطية، يهدف إلى تخفيض تكاليف النقل أو تعظيم الربح، وبأخذ جدول في شكل مصفوفة، نجد أن هنالك ثلاث طرق لنقل الوحدات من المصانع إلى المخازن، حيث نجد محددات طول المسافة تزيد من التكاليف، وكذلك حجم المخازن تستدعي قدرًا معينًا؛ الطريقة الأولى هي طريقة أقل التكاليف (فوجيل التقريبية)، وهنالك حالات العرض الذي يساوي الطلب، وحالة العرض الذي لا يساوي الطلب.

يتم تقييم الحل بطريقتين؛ أولاهما: طريقة حجر الوطء، والثانية: طريقة التوزيع المعدل. وطريقة أقل تكلفة تعتمد على مصفوفة تمثل العرض والطلب وسعر أو تكلفة الوحدة من المصنع إلى المخزن تحدد داخل مربع صغير، تجده محصورًا إلى أعلى في الجانب اليمين. وأقل مبلغ في هذه المربعات الصغيرة يمثل أقل تكلفة حيث تبدأ بتحمل أكبر قدر ممكن من المصفوفة ثم تكرار المحاولة في المصفوفة الجديدة هكذا والتعامل يتم حسب الترتيب التصاعدي للتكاليف.

طريقة حجر الوطء تتم بعد تحميل بعض خلايا الجدول بعدد الوحدات، فنجد هنالك خلايا فارغة. بعد تقييم الخلايا الفارغة لمعرفة التأثير، يتم رسم خط سير يبدأ من الخلية الفارغة، ويحرك مارًا بالخلايا المحملة فقط ليعود إلى الخلية نفسها. لا تنس إشارة الخلية الصفرية موجبة بعدها سالب ثم موجب.

طريقة التوزيع المعدل:

فيها إضافة عمود يمين الجدول، وإضافة صف أسفل الجدول. يتم تكوين مجموعة من المعادلات للخلايا المحملة فقط، بافتراض أن العمود والصف المضاف يساوي صفرًا، ويتم حل المعادلات آنيًا.

تقييم أمثلية الحل باستخدام طريقة حجر الوطء يتم فيها تقييم الخلايا الصفرية أو الفارغة، وإذا كان التقييم نتيجته أصفارًا أو قيمًا موجبةً، فهذا يفيد بأن الحل الذي تم التوصل إليه هو حل أمثل. أما تقييم الأمثلية بطريقة التوزيع المعدل، ففيها تتم معادلات الخلايا المملوءة، وحلها جبريًّا عن طريق المجاهيل والتعويض، وإضافة المتغيرات لجدول الحل، ثم يتم إعادة تقييم الخلايا الفارغة. عندما تصل إلى أن جميع تكاليف النقل المقدرة موجبةٌ أو أصفارٌ، فإنّ هذا هو جدول الحل الأخير، وهو الحل الأمثل.

مشاكل التخصيص: Assignment Problems

تتضمن مشكلة التخصيص جدولة العاملين فردا فردا ومن المفترض ان يكون عدد العاملين مساويا عدد الأعمال ويجب ضمان هذا الشرط بإضافة عاملين وهميين او عمل إضافية عند الحاجة من اجل المحافظة على هذا الشرط. ويكون الزمن (التكاليف ....) cijاللازم للعامل رقم i لإتمام العمل رقم j معروفاً ومن ثم يكون الهدف هو تخصيص العمال على الأعمال بحيث تتم إجمالي الأعمال في اقل وقت ممكن.

الأعمال

		1	2	3	. . .	n
	1	C11	C12	C13	. . .	C1n
	2	C21	C22	C23	. . .	C2n
العمال	**3**	C31	C32	C33	. . .	C3n
	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
	n	Cn1	Cn2	Cn3	. . .	Cnn

خطوات الحل:

1. اطرح اقل قيمة في كل صف من كل القيم في هذا الصف
2. اطرح اقل قيمة في كل عمود من كل القيم في هذا العمود.
3. حدد اذا ما كان يوجد عدد n من الاصفار بحيث لا يوجد صفريين في نفس العمود او الصف.
4. غط كل الاصفار في المصفوفة بأقل عدد من الخطوط الرئسية والعرضية بحيث يغطي الخط كل العمود او الصف وبحيث يكون عدد الخطوط اقل من n وان يكون عدد ممكن من الخطوط.

5. اطرح اقل عدد غير مغطى من القيم الغير مغطاة وأيضا أضف هذا للعـدد إلى القـيم المغطاة بخطيين متقاطعين (راسي وافقي)

6. اختار عدد n من الاصفار بحيث لا صفريين في نفس العمود او الصف وبـذلك يكـون تخصيص العمال الي الاعمال عندهم.

7. احسب إجمالي الوقت عن طريق جمع جميع القيم محل تلك الاصفار.

مثال:

ماكينة

عامل

	I	**II**	**III**	**IV**	**V**
A	15	10	25	25	10
B	1	8	10	20	2
C	8	9	17	20	10
D	14	10	25	27	15
E	10	8	25	27	12

الحل:

بطرح اقل قيمة في كل صف من كل القيم في هذا الصف نحصل عل المصفوفة التالية:

ماكينة

عامل

	I	**II**	**III**	**IV**	**V**
A	5	0	51	51	0
B	0	7	9	19	1
C	0	1	9	12	2
D	4	0	51	71	5
E	2	0	17	19	4

بطرح اقل قيمة في كل عمود من كل القيم في هذا العمود نحصل عل المصفوفة التالية:

ماكينة

عامل		I	II	III	IV	V
	A	5	0	6	3	**0**
	B	0	7	**0**	7	1
عامل	C	0	1	0	**0**	2
	D	4	**0**	6	5	5
	E	2	0	8	7	4

نلاحظ انه لايوجد عدد n من الاصفار وغير مشتركة في صف او عمود لذا يجب تغطية كل الاصفار في المصفوفة بأقل عدد من الخطوط الرئيسية والعرضية بحيث يغطي الخط كل العمود او الصف وبحيث يكون عدد الخطوط اقل من n وان يكون عدد ممكن من الخطوط انظر المصفوفة التالية:

ماكينة

عامل		I	II	III	IV	V
	A	5	0	6	3	**0**
	B	0	7	**0**	7	1
عامل	C	0	1	0	**0**	2
	D	4	**0**	6	5	5
	E	2	0	8	7	4

نبحث عن اقل قيمة غي مغطاة وهي (2) اطرحها من القيم الغير مغطاة وأيضا أضف هذا للعدد (2) إلى القيم المغطاة بخطيين متقاطعين (راسي وافقي) فنحصل علي المصفوفة التالية:

ماكينة

عامل		I	II	III	IV	V
	A	5	2	6	3	**0**
	B	0	9	**0**	7	1
	C	0	3	0	**0**	2
	D	2	**0**	4	3	3
	E	0	0	6	5	2

بالنظر الي المصفوفة السابقة نجد انه يوجد عدد n من الاصفار بحيث لا صفريين في نفس العمود او الصف وبذلك يكون تخصيص العمال الي العمالة عندهم. انظر المصفوفة التالية:

ماكينة

عامل		I	II	III	IV	V
	A	5	2	6	3	**0**
	B	0	9	**0**	7	1
	C	0	3	0	**0**	2
	D	2	**0**	4	3	3
	E	**0**	0	6	5	2

احسب إجمالي الوقت عن طريق جمع جميع القيم محل تلك الاصفار كما يلي:

إجمالي اقل التكلفة = A V + B III+ C IV + D II +E I

= 10 +10 +20 +10 + 10

= 60

تلخيص الحل:

يتم تخصيص العامل A علي الماكينة V

و يتم تخصيص العامل B علي الماكينة III

و يتم تخصيص العامل C علي الماكينة IV

و يتم تخصيص العامل D علي الماكينة II

و يتم تخصيص العامل A علي الماكينة I

بإجمالي اقل التكلفة = 60 جنية.

الفصل السادس

خطوط الانتظار Waiting Lines

المفهوم والأهمية:

أصبح الانتظار سمة من سمات الحياة المعاصرة، ويمكن ملاحظته بشكل واضح في قطاع الخدمات، مثل انتظار المسافرين في المطار والموانئ ومحطات القطار، وانتظار الزبائن في المصارف والمستشفيات. ومن الميزات التنافسية لأي منظمة قدرتها على تقليل وقت انتظار الزبون، والسرعة في تلبية حاجة المستهلك، وفي هذا الإطار تأتي نماذج الانتظار كأداة تحليلية، تساهم في دعم متخذ القرار عند الموازنة بين كلفة الانتظار وكلفة تقديم الخدمة؛ لتحقيق أقل كلفة ممكنة.

وترجع أصول خطوط الانتظار إلى المهندس (Erlang)، عندما اهتم بدراسة وتحليل مشكلة الازدحام في المكالمات الهاتفية، وذلك في عام 1959م، ثم ازداد الاهتمام بها بعد الحرب العالمية الثانية، وتوسع مجال تطبيقها في القطاعات الخدمية والإنتاجية.

ويعرف أسلوب خطوط الانتظار بأنه أسلوب وطريقة كمية، تستخدم في معالجة مشاكل نظم الانتظار المختلفة؛ من حيث احتمالية وصول الزبائن المستفيدين من الخدمة، وطريقة تقديم الخدمة، وفترة كلفة التأخير في الانتظار.

وتساهم نظرية خطوط الانتظار في الإجابة عن أسئلة متخذ القرار المتعلقة بمشكلة الانتظار، ومن هذه الأسئلة:

- ما هو وقت انتظار الزبائن في خط الانتظار؟
- ما هو معدل وقت تقديم الخدمة للزبون؟
- ما هو متوسط عدد الزبائن في خط الانتظار؟
- ما هو متوسط عدد الزبائن في النظام؟
- ما هو احتمال وجود عدد معين من الزبائن في النظام؟

ويقصد بالنظام الموقع الذي يتم فيه تقديم الخدمة، أي المكان الذي تصل إليه الوحدات التي ترغب بالحصول على الخدمة.

مكونات نظم الانتظار:

لدراسة وتحليل أي نظام، ينبغي معرفة عناصره الأساسية، والتي يمكن توضيحها كالآتي:

1- **نمط الوصول:** ويقصد به معدل الوقت الذي يصل فيه طالبو الخدمة إلى مركز الخدمة، وهذا النمط؛ إما يكون عشوائيًا أو ثابتًا ومحددًا.

2- **نمط تقديم الخدمة:** وهو متوسط الوقت اللازم لتقديم الخدمة، وهو أيضًا إما عشوائي أو ثابت ومحدد.

3- **طاقة النظام:** ويقصد بها مجموع طالبي الخدمة، وهم الذين ينتظرون في خط الانتظار، إضافةً إلى الذين يتلقون الخدمة عند انتظار الآخرين، وهذه الطاقة إمّا محدودة أو غير محدودة.

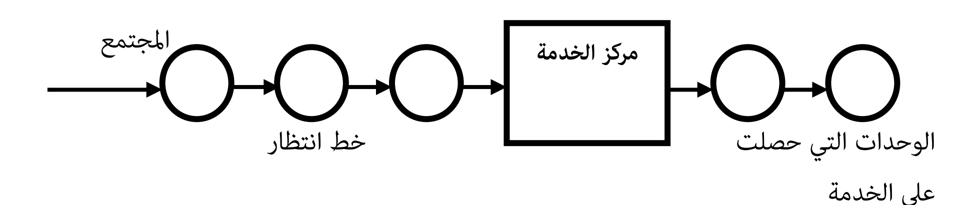
4- **قواعد تقديم الخدمة:** وهي الأسس التي بموجبها ينتظم خط الانتظار، وتحدد معايير تقديم الخدمة. ومن أهم القواعد وأكثرها انتشارًا قاعدة (الواصل أولًا يخدم أولًا)، إضافةً إلى قاعدة خدمة الوحدات الحرجة أولًا.

أنواع أنظمة الانتظار:

يمكن تصنيف نظم الانتظار إلى الأنواع التالية:

1-خط انتظار واحد ومركز خدمة واحد:

وهو أبسط الأنواع، حيث يتم تقديم الخدمة من مركز خدمة واحد وبمرحلة واحدة. ويمكن توضيح النظام كما في الشكل الآتي:

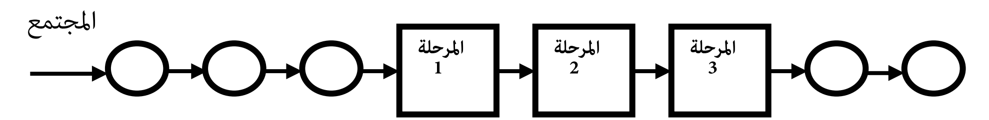


شكل (6-1) خط انتظار واحد ومركز خدمة واحد

وكمثال على هذا النظام، انتظار الزبائن أمام شباك تذاكر واحد في المستشفيات.

2-خط انتظار واحد ومركز خدمة واحد بأكثر من مرحلة:

في هذا النظام يتم تقديم الخدمة من خلال مركز خدمة يتضمن عدة مراحل لإكمال الخدمة المطلوبة، مثال ذلك إنجاز المعاملة في دائرة خدمية بعد مرورها بكل الإجراءات الروتينية اللازمة لها. ويمكن توضيح هذا النظام في الشكل الآتي:

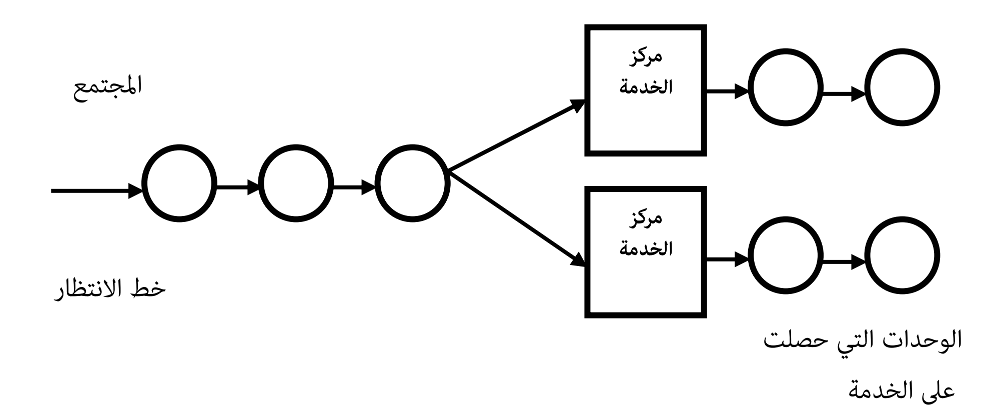


شكل (6-2) خط انتظار واحد ومركز خدمة واحد بأكثر من مرحلة

3-نظام انتظار متعدد مراكز الخدمة:

في هذا النظام يتم تقديم الخدمة من عدة مراكز خدمة، وكل مركز يقدم الخدمة بمرحلة واحدة، ومثال ذلك بيع تذاكر الدخول للسينما أو المسرح من خلال أكثر من شباك لبيع التذاكر.

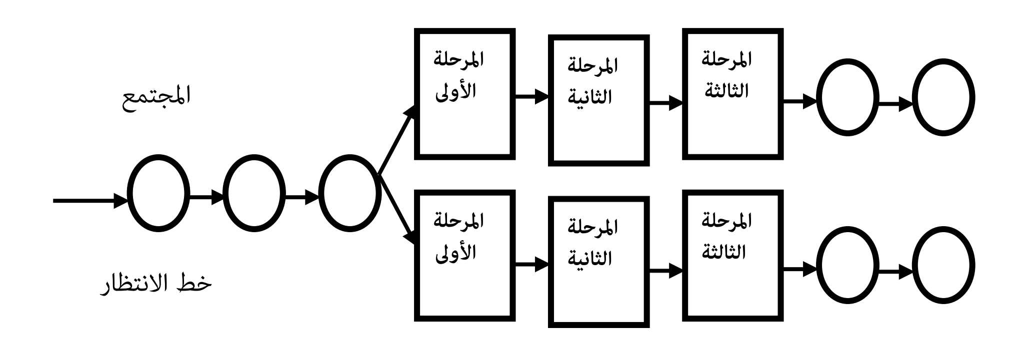
ويمكن توضيح النظام كما في الشكل الآتي:



شكل (6-3) خط انتظار واحد وأكثر من مركز خدمة

4-خط انتظار واحد وأكثر من مركز خدمة متعدد المراحل:

بموجب هذا النظام يتم تقديم الخدمة من عدة مراكز للخدمة، وكل مركز خدمة يتـضمن عدة مراحل لإكمال الخدمة المطلوبة. مثال ذلك، أكثر من خط إنتاجي لتقـديم المنتـوج نفـسه. ويمكن توضيح هذا النظام كما في الشكل الآتي:



شكل (6-4) خط انتظار وأكثر من مركز خدمة متعدد المراحل

أساليب وصول الوحدات وتقديم الخدمة:

يمكن تصنيف حالات وصول الوحدات وتقديم الخدمة إلى حالتين رئيستين كالآتي:

1-الوصول عشوائي وتقديم الخدمة عشوائي:

في هذه الحالة يكـون وصـول الوحـدات إلى مراكـز الخدمـة بـشكل عـشوائي، أي لا يمكـن تحديده بمعدل ثابت. مثال ذلك وصول السيارات إلى محطات البنزين، كما أنّ تقـديم الخدمـة عشوائي. وهذه الحالة هي أكثر أهمية في دراسة وتحليل أنظمة الانتظار، والتي تتطلب تطبيـق أحد نماذج الانتظار بما يتلاءم وطبيعة المشكلة المبحوثة.

2-الوصول منتظم وتقديم الخدمة منتظم:

في هذه الحالة يمكن تشخيص ثلاثة أنواع من حالات الانتظار كما يلي:

أ. بدون خط انتظار مع وجود وقت عاطل في مركز الخدمة: وتحدث هـذه الحالة عنـدما يكـون معـدل تقـديم الخدمـة أكـبر مـن معـدل الوصـول،

مثال ذلك معدل الخدمة في أحد المصارف 30 شخص – ساعة، ومعدل الوصول 20 شخص -ساعة.

ب. بدون خط انتظار وبدون طاقة عاطلة: عندما يكون معدل الوصول يساوي معدل الخدمة.

ج. خط انتظار وبدون طاقة عاطلة: عندما يكون معدل الوصول أكبر من معدل الخدمة.

النموذج الرياضي لصفوف الانتظار:

توجد نماذج رياضية متعددة لصفوف الانتظار، تختلف حسب نوع نظام الانتظار، والتي تم توضيحها في الفقرة (9-3)، وذلك طبقًا لأسلوب وصول الوحدات وتقديم الخدمة، وسيتم التركيز على نموذجين، هما:

1- نموذج صف انتظار واحد ومركز خدمة واحد بمرحلة واحدة.

2- نموذج صف انتظار واحد وأكثر من مركز خدمة.

وقبل توضيح هذين النموذجين، نوضح الرموز المستخدمة في نماذج الانتظار.

الرموز المستخدمة في نماذج الانتظار:

N: عدد الوحدات في النظم.

λ: معدل الوصول (معدل عدد الوحدات الواصلة إلى النظام في وحدة زمنية).

μ: معدل الخدمة (معدل عدد الوحدات التي تحصل على الخدمة في وحدة زمنية).

Pn: احتمال وجود (n) من الوحدات في النظام.

Po: احتمال عدم وجود وحدات في النظام (معامل عدم الاستخدام).

P: احتمال وجود (n) من الوحدات في النظام خلال وحدة زمنية ومعامل الاستخدام.

Ls: عدد الوحدات المتوقع في النظام.

Lq: عدد الوحدات المتوقع في خط الانتظار.

Ws: الزمن الذي تنفقه الوحدة في النظام.

Wq: الزمن الذي تنفقه الوحدة في خط الانتظار.

K: عدد قنوات الخدمة.

نموذج خط انتظار واحد وقناة خدمة واحدة:

يفترض هذا النموذج وجود قناة واحدة لتقديم الخدمة، ويرمز لهذا النظام في المراجع العلمية لبحوث العمليات بالرمز (M. M. I).

ومن أهم شروط هذا النموذج ما يلي:

1- معدل وصول الوحدات يتبع توزيع بواسون، وبمقدار λ في وحدة زمنية.

2- معدل تقديم الخدمة يتبع التوزيع الأسي، وبمقدار μ في وحدة زمنية.

3- معدل الخدمة أكبر من معدل الوصول $\lambda < \mu$.

4- طريقة تقديم الخدمة الواصل أولًا يخدم أولًا.

5- طاقة النظام غير محدودة.

6- عدد طالبي الخدمة غير محدود.

والعلاقات المستخدمة في تحليل النظام بموجب هذا النموذج كما يلي:

1- معامل الاستخدام: $P=\frac{\lambda}{\mu}$.

2- معامل عدم الاستخدام: $Po = 1 - P$.

3- احتمال وجود (n) من الوحدات في النظام: $P_n = \left[\frac{\lambda}{\mu}\right]^n (PO)$.

4- عدد الوحدات المتوقع في النظام: $Ls = \frac{1}{\mu - \lambda}$.

5- عدد الوحدات المتوقع في خط الانتظار: $Lq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$.

6- متوسط الوقت الذي تنفقه الوحدة في النظام: $Ws = \frac{1}{\mu - \lambda}$.

7- متوسط الوقت الذي تنفقه الوحدة في خط الانتظار: $Wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$.

ولتوضيح كيفية تطبيق العلاقات المذكورة أعلاه نأخذ المثال التالي:

مثال (6-1):

تتكون محطة بنزين من مضخة واحدة، وكان معدل الوصول إليها (6) سيارات في الساعة، ومعدل الخدمة (9) سيارات في الساعة.

بموجب المعطيات أعلاه حدِّد المؤشرات التالية:

1- معدل الاستخدام.
2- معامل عدم الاستخدام.
3- احتمال وجود (3) سيارات في المحطة.
4- ما هو عدد السيارات المتوقع في المحطة؟
5- ما هو عدد السيارات المتوقع في خط الانتظار؟
6- ما هو الزمن المتوقع لانتظار السيارة في خط الانتظار؟
7- ما هو الزمن المتوقع أن تنفقه السيارة في المحطة حتى حصولها على الخدمة؟

الحل:

قبل تحديد المؤشرات تحدد قيمة المتغيرات الداخلة في احتساب المؤشرات.

λ = 6 ساعة - سيارة

μ = 9 ساعة - سيارة

1-معامل الاستخدام (احتمال أن تكون المحطة مشغولة):

$$P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{6}{9} = 0.67$$

2-معامل عدم الاستخدام (احتمال عدم وجود سيارة في المحطة):

$$Po = 1 - P = 1 - 0.67 = 0.33$$

3-احتمال وجود (3) سيارات في المحطة:

$$Pn = (P)^n(Po) = (0.67)^3(0.33)$$

4-عدد السيارات المتوقع في المحطة:

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{6}{9-6} = 2 \text{ ساعة - سيارة}$$

5-عدد السيارات المتوقع في خط الانتظار:

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{(6)^2}{9(9-6)} = \frac{36}{27}$$

6-الزمن المتوقع لانتظار السيارة في المحطة في خط الانتظار:

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{6}{9(9-6)} = \frac{6}{27}$$ ساعة

7-الزمن المتوقع لانتظار السيارة في المحطة حتى حصولها على الخدمة:

$$W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{9-6} = \frac{1}{3}$$ ساعة

نموذج انتظار لنظام ذي قنوات خدمة متعددة:

يفترض هذا النموذج وجود أكثر من قناة خدمة، أي اثنين أو أكثر من قنوات الخدمة التي تقدم الخدمة نفسها إلى الزبائن القادمين.

إن وصول القادمين يتبع توزيع بواسون، وإن أوقات الخدمة تتبع التوزيع الأسي، وإنّ من يأتي أولًا يخدم أولًا. كما أنّ النموذج يفترض أنّ معدل الخدمة مضروبًا بعدد قنوات الخدمة يجب أن يكون أكبر من معدل الوصول، أي ($\mu k>\lambda$)، ولوصف خصائص هذا النموذج في حل المشاكل تستخدم العلاقات الرياضية التالية:

1-معامل الاستخدام:

$$P=\frac{\lambda}{km}$$

2-احتمال عدم وجود وحدات في النظام:

$$P_o=\sum_{n=0}^{k-1}\frac{(\lambda\mu)^n}{n!}+\frac{(\lambda\mu)^k}{k!\left[\frac{k_\mu}{k_\mu-\lambda}\right]}$$

3-معدل عدد الوحدات في خط الانتظار:

$$L_q = \frac{P_o\left[\frac{\lambda}{\mu}\right]}{k!(1-P)^2}$$

4-معدل عدد الوحدات في النظام:

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\varpi}$$

5-معدل الوقت الذي تنفقه الوحدة في النظام:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

6-معدل الوقت الذي تنفقه الوحدة في النظام:

$$W_s = W_q \frac{\lambda}{\mu}$$

7-احتمال وجود (n) من الوحدات في النظام:

$$P_n = \left[\frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!}\right](Pn) - for\ \ n \leq k$$

$$P_n = \left[\frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{k!k^{n-k}}\right](Pn) - for\ \ n > k$$

ولتوضيح كيفية تطبيق العلاقات المذكورة سابقًا نستخدم المثال الآتي:

مثال (6-2):

في أحد المطاعم للوجبات السريعة توجد نافذتان لخدمة الزبائن، وكانت المؤشرات المتاحة عن نظم الانتظار كالآتي:

شخص - دقيقة = μ شخص - دقيقة 0.75 = λ، k = 2

المطلوب:

باستخدام مؤشرات نموذج الانتظار متعدد القنوات، حدد خصائص النظام الحالي للخدمة.

الحل:

1-احتمال عدم وجود زبون في المطعم: Po = - 0.4545

يتم استخراج القيمة أعلاه من الجدول الإحصائي في الملحق (ب)، وذلك بعد استخراج $\frac{\lambda}{K\mu}$ ؛ حيث كانت النتيجة" $\frac{0.75}{2} = 0.38$ ، وباستخدام الجدول مقابل قيمة $\frac{\lambda}{K\mu}$ ، وتحت عدد قنوات الخدمة (2)، تبين أن Po = 0.45

2-احتمال أن الشخص الواصل سينتظر حتى حصوله على الخدمة:

$$P = \frac{1}{21}\left(\frac{0.75}{1}\right)^2\left(\frac{(2)(1)}{z(1)-0.75}\right)(0.45) = 0.2045$$

3- احتمال وجود (n) من الزبائن في المطعم:

$$P_1 = \left[\frac{\left(\frac{0.75}{1}\right)^1}{1!}\right](0.45) = 0.3490$$

$$P_2 = \left[\frac{\left(\frac{0.75}{1}\right)^2}{2!} \right](0.45) = 0.1278$$

$$P_3 = \left[\frac{\left(\frac{0.75}{1}\right)^3}{3!} \right](0.45) = 0.0479$$

$$P_4 = \left[\frac{\left(\frac{0.75}{1}\right)^4}{4!} \right](0.45) = 0.0180$$

4-معدل الأشخاص في خط الانتظار:

$$L_q = \left[\frac{\left(\frac{0.75}{1}\right)^2 (0.75)(1)}{(2-1)!\left((2)(1)-0.75\right)^2} \right](0.45) = 0.3490$$

5-معدل عدد الأشخاص في المطعم:

$$L_s = 0.1227 + \frac{0.75}{1}\ 0.8727$$ شخص

6-معدل الوقت الذي ينفقه الشخص في خط الانتظار:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0.1227}{0.75} = 0.1636$$ دقيقة

7-معدل الوقت الذي ينفقه الشخص في المطعم حتى حصوله على الخدمة:

$$W_s = 0.1227 + \frac{0.75}{1} \; 0.8727$$ دقيقة

تكاليف الانتظار Waiting Costs:

يواجه متخذ القرار عند تحليل مشكلة الانتظار، تحديد نقطة توازن النظام التي عندها يكون مجموع تكاليف النظام أقل ما يمكن.

ويمكن تلخيص تكاليف نظام الانتظار بنوعين من التكاليف، هما:

1-كلفة الخدمة Service Cost:

وتتمثل بالتكاليف المباشرة وغير المباشرة التي تتحملها المنظمة عند تقديمها الخدمة لمستوى جودة معين، أي أنها ترتبط بعلاقة طردية مع مستوى جودة الخدمة، أي أنه كلما كان في خطط متخذ القرار تحسين مستوى جودة الخدمة، ينبغي عليه تحمل تكاليف إضافية؛ مثال ذلك: عندما تقوم إدارة بنك بفتح نافذة جديدة لتقديم خدمة الإيداع والسحب للزبائن، سيترتب على ذلك دفع أجور لمقدم الخدمة في النافذة الجديدة.

2-كلفة الانتظار Waiting Cost:

وهي الكلفة التي تتحملها المنظمة بشكل مباشر أو غير مباشر؛ نتيجة الوقت الذي ينفقه المستفيد من الخدمة في الانتظار حتى حصوله على الخدمة. وكلما ارتفعت جودة الخدمة كلما انخفضت هذه الكلفة، أي أنها ترتبط بعلاقة عكسية مع مستوى جودة الخدمة.

ويصعب قياس هذه الكلفة أحيانًا، مثال ذلك: عندما ينسحب الزبائن من المتجر أو البنك نتيجة طول وقت الانتظار، وبحثهم عن متجر أو بنك يقدم الخدمة بوقت أقل. في هذه الحالة لا يمكن بسهولة تحديد التكاليف التي تتحملها المنظمة نتيجة انسحاب الزبائن إلّا في بعض الحالات يمكن تحديدها

بسهولة، مثال ذلك عندما يتأخر مقاول في إنجاز المشروع في الوقت المحدد والمتفق عليه، في هذه الحالة سيتحمل المقاول غرامات على تأخره في إنجاز المشروع، وهذه الغرامات تمثل كلفة الانتظار. وفي مثال آخر عندما يتأخر مصنع في تجهيز الطلبية المتفق عليها، في هذه الحالة سيتحمل المصنع تكاليف التأخير حسب شروط العقد مع الطرف الآخر، وفي هذه الحالة ستمثل كلفة التأخير كلفة الانتظار.

ولتحديد نقطة التوازن سيبحث متخذ القرار عن النقطة التي يكون فيها مجموع التكاليف -أي كلفة الخدمة وكلفة الانتظار – أقل ما يمكن، وفي هذه النقطة يحاول متخذ القرار أن يتجنب تكاليف الخدمة غير الاقتصادية، أي وجود طاقات عاطلة لا تستثمر في تقديم الخدمة، مثال ذلك وجود ثلاث نوافذ لتقديم الخدمة في إحدى البنوك، مع حجم منخفض من الزبائن، سيجعل نسبة الوقت الذي ينشغل فيه العاملون في تقديم الخدمة منخفضة، أي أن البنك يتحمل تكاليف خدمات لا تتناسب مع العوائد المتوقعة والمتحققة. كما أن متخذ القرار يحاول أن يتجنب الخدمة المنخفضة الجودة، التي تجعل الزبائن ينفقون وقتًا كبيرًا في الانتظار، مثال ذلك وجود نافذة واحدة لتقديم الخدمة في أحد البنوك مع حجم كبير من الزبائن.

لذلك يحاول متخذ القرار أن يقوم بتحليل مشكلة الانتظار في ضوء حجم التكاليف التي يتحملها، بافتراض مستويات مختلفة من الجودة؛ لكي يحدد مستويات الجودة التي يكون عندها مجموع التكاليف (كلفة الخدمة وكلفة الانتظار) أقل ما يمكن.

ويمكن حساب مجموع التكاليف بموجب العلاقة التالية:

$$Tc = Cs + Cw$$

Tc = مجموع التكاليف.

Cs = كلفة الخدمة.

Cw = كلفة الانتظار.

ويمكن توضيح أثر التكاليف في تحليل مشكلة الانتظار كما في المثال التالي:

مثال: يخطط أحد مراكز تصليح الأجهزة الكهربائية لفتح ورشة جديدة لتصليح الأجهـزة، وتم الإعلان في الصحف عن حاجة المركـز إلى (مـصلح واحـد) يوظـف لإدارة الورشـة الجديـدة وتصليح الأجهزة، تقدم للعمل شخصان، كانـت قـدرة الأول عـلى التـصليح (4) جهـاز – سـاعة، وطلب أجرًا يوميًّا (9) دينارات، أمّا الثاني فكانت قدرته على التصليح (6) جهاز -سـاعة وطلـب أجرًا يوميًّا (15) دينارًا، وتتوقع إدارة المركز أن يكون معدل وصول الأجهزة إلى الورشة الجديدة جهازًا واحدًا كل (20) دقيقة، وكانت ساعات العمل اليومية (7) ساعات، وكلفة انتظار الجهـاز الواحد (3) دينارات.

المطلوب: في ضوء المعطيات المتاحة مـن هـو الأفـضل لإدارة الورشـة الجديـدة باسـتخدام معيار تكاليف نظام الانتظار.

الحل:

معدل وصول الأجهزة = $\frac{60}{20}$ = 3 جهاز - ساعة.

- تكاليف الانتظار للشخص الأول:

λ = 3 جهاز - ساعة

μ = 4 جهاز - ساعة

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{3}{4-3}$$ = 3 جهاز - ساعة

عدد الأجهزة المتوقع انتظارها خلال يوم عمل = (3) × (7) = 21 جهازًا.

نوع تكاليف الانتظار = كلفة الخدمة + كلفة الانتظار

TC = Cs + Cw

= 9 + (3) × (21) = 72 دينارًا

أجر الشخص الأول يمثل كلفة الخدمة.

- تكاليف الانتظار للشخص الثاني:

λ = 3 جهاز - ساعة

μ = 4 جهاز - ساعة =

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{3}{6-3}$$ = 1 جهاز - ساعة =

عدد الأجهزة المتوقع انتظارها خلال يوم عمل = (1) × (7) = 7 أجهزة.

نوع تكاليف الانتظار = كلفة الخدمة + كلفة الانتظار

TC = Cs + Cw

= 9 + (3) × (7) = 30 دينار

∴ الشخص الثاني هو الأفضل لإدارة الورشة؛ لأنه يحقق أقل مجموع تكاليف.

حالات تطبيقية مختلفة:

مثال (1): في إحدى ورش تصليح السيارات كان معدل فترة تصليح السيارة الواحدة (12) دقيقة، وكان معدل وصول السيارات سيارة واحدة كل (15) دقيقة، وكلفة الانتظار (1) جنيه للسيارة الواحدة.

المطلوب:

1- ما هو متوسط عدد السيارات في الورشة؟

2- ما هو الحد الأدنى للمواقف التي ينبغي توفيرها لضمان انتظار السيارات؟

3- ما هو متوسط الوقت الذي تنفقه السيارة في الورشة؟

4- ما هي الكلفة الكلية لتصليح سيارة واحدة؟

الحل:

1-متوسط عدد السيارات في الورشة:

$\lambda = \frac{60}{15}$ = 4 سيارة - ساعة =

$\mu = \frac{60}{12}$ = 5 سيارة - ساعة =

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{4}{5-4}$$ = 4 سيارة - ساعة =

2-الحد الأدنى للمواقف:

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{(4)^2}{5(5-4)} = \frac{16}{5}$$ = 3.2 سيارة - ساعة

∴ عدد المواقف التي ينبغي توفيرها كحد أدنى (4) مواقف؛ لأنّ متوسط عـدد الـسيارات في خط الانتظار أكثر من ثلاث سيارات.

3-متوسط الوقت الذي تنفقه السيارة في الورشة:

$$W = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{5-4}$$ = 1 ساعة

4-الكلفة الكلية لتصليح سيارة واحدة:

Tc = Cs + Cw

= 5 + (1) (1) = 6 جنيه

مثال (2):

محطة بنزين تتكون من مضخة واحدة، كان معدل وصول السيارات إليهـا (15) سـيارة في الساعة، ومعدل الخدمة (24) سيارة في الساعة.

المطلوب:

1-ما هو احتمال أن تكون المحطة شاغرة؟

2-ما هو متوسط عدد السيارات في المحطة؟

3-ما هو الحد الأدنى لمواقف السيارات لضمان انتظار الزبائن؟

4-ما هو متوسط الوقت الذي تنفقه السيارة في خط الانتظار؟

5-ما هو احتمال وجود ثلاث سيارات في المحطة؟

الحل:

λ = 15 سيارة - ساعة

μ = 24 سيارة - ساعة

1- $$P_o = L\frac{\lambda}{\mu} = \frac{15}{24} = 0.375$$

2- $L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} + \frac{15}{9} = 1.66$ سيارة - ساعة

3- $L_q = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)(P_o) \Rightarrow P_3 + \left(\frac{15}{24}\right)^3 (0.375) = 0.09$ سيارة - ساعة

مثال (3):

ورشة لتصليح الأجهزة الكهربائية، كان معدل وصول الأجهزة 24 جهاز – ساعة، ومعدل تقديم الخدمة 3 دقائق للجهاز الواحد، ويعمل في هذه الورشة ثلاثة فنيين، يقومون بتقديم الخدمة نفسها بشكل متوازٍ.

المطلوب:

1-حدد عدد الأجهزة المتوقع انتظارها حتى تحصل على الخدمة.

2-ما هو متوسط عدد الأجهزة في الورشة؟

3-ما هو متوسط الوقت الذي ينفقه الجهاز حتى يحصل على الخدمة؟

الحل:

λ = 24 سيارة - ساعة =

μ = 20 جهاز - ساعة =

$$k = 3$$

$$P = \frac{\lambda}{k\mu} = \frac{24}{(3)(20)} = 0.4$$

باستخدام الجدول في الملحق (ب) نحصل على قيمة Po = 10.29

وذلك تحت عدد قنوات (3)، ومقابل P = 0.4

1- $L_q = \frac{(0.29)(1.2)^3(0.4)}{(3!)(0.6)^3} = 0.15$ جهاز - ساعة

2- $L_s = 0.15 + \frac{24}{20} = 1.35$ جهاز - ساعة

3- $W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0.15}{24} = 0.006 \text{ ساعة}$$

$$W_s = 0.006 + \frac{1}{20} 0.056 \text{ ساعة}$$

أسئلة الفصل السادس

س1: بين أهمية دراسة نماذج الانتظار في دعم متخذ القرار، وخاصة في قطاع الخدمات.

س2: ما هي المكونات الأساسية لنظام الانتظار، والتي ينبغي دراستها وتحليلها عند التخطيط لحل أي مشكلة انتظار؟

س3: وضح مع الرسم أهم أنواع أنظمة الانتظار.

س4: كيف يمكن تصنيف حالات وصول الوحدات وتقديم الخدمة في نظام الانتظار، مبينًا أي الحالات أكثر أهمية في الحياة العملية؟

س5: وضح دلالة الرموز التالية:

λ:

μ:

Ls:

Lq:

P:

Po:

س6: وضح مع الرسم أنواع تكاليف الانتظار، مبينًا أهمية دراسة تكاليف الانتظار في دعم متخذ القرار.

س7: ورشة لتصليح السيارات، كان متوسط عدد السيارات الواصلة إليها سيارة واحدة كل (12) دقيقة، وكان معدل الخدمة للمصلح الواحد (15) سيارة في الساعة. وإن خدمة التصليح تقدم من خلال مصلح واحد.

المطلوب:

1- ما هو احتمال أن تكون الورشة شاغرة؟

2- ما هو متوسط عدد السيارات في الورشة؟

3- ما هو متوسط الوقت الذي تنفقه السيارة في خط الانتظار؟

4- بافتراض أنّ مدير الورشة يخطط لتحسين مستوى الخدمة، من خلال توظيف مصلح ثانٍ، ويتوقع أن يكون متوسط السيارات الواصلة

سيارة واحدة كل (5) دقائق، مع ثبات معدل الخدمة للمصلح الواحد (15 سيارة - ساعة).

المطلوب:

أ- ما هو احتمال أن تكون الورشة شاغرة؟

ب- ما هو متوسط الوقت الذي تنفقه السيارة في خط الانتظار؟

ج- ما هو تقييمك لقرار توظيف مصلح ثانٍ؟

س8: في أحد المصارف التجارية توجد ثلاث نوافذ لتقديم خدمة الإيداع والسحب، وكان معدل وصول الزبائن شخصًا واحدًا كل ثلاث دقائق، وكان معدل الخدمة للنافذة الواحدة (8) أشخاص في الساعة.

المطلوب:

1- ما هو احتمال أن تكون جميع النوافذ شاغرة؟
2- ما هو احتمال أن تكون نافذة واحدة شاغرة؟
3- ما هو متوسط الوقت الذي ينفقه الشخص قبل حصوله على الخدمة؟
4- ما هو متوسط عدد الأشخاص في خط الانتظار؟
5- في حالة وجود مقترحين لتحسين مستوى الخدمة كما يلي:

أ. فتح نافذة جديدة على أن كلفة توظيف شخص لإدارة النافذة (200) دينار، وأن كلفة الانتظار (15) دينارًا للشخص الواحد.

ب. تحسين مستوى الخدمة إلى (12) شخصًا في الساعة، وعدم زيادة عدد النوافذ.

أيهما في رأيك أفضل لإدارة المصرف؟

س9: يوجد في أحد المطارات الدولية (5) بوابات لاستقبال الطائرات القادمة للمطار، وتبين أن الطائرات تصل بشكل عشوائي وبمتوسط 30 طائرة - ساعة، كما وجد أنّ معدل الخدمة للبوابة الواحدة (6) دقائق للطائرة الواحدة.

المطلوب:

1- ما هو متوسط عدد الطائرات في المطار في أي لحظة؟

2- ما هو متوسط الوقت الذي تنفقه الطائرة في خط الانتظار؟

3- ما هو احتمال عدم وجود بوابة فارغة؟

4- ما هو احتمال وجود بوابتين فارغتين؟

5- يوجد في المطار رصيف واحد للإقلاع ومغادرة المطار، وتبين أنّ معدل وصول الطائرات إلى الرصيف (20) طائرة – ساعة، فيما يمكن للرصيف استيعاب (24) إقلاعًا في الساعة.

المطلوب:

أ. تحديد متوسط عدد الطائرات في خط الانتظار.

ب. ما هو متوسط الوقت الذي تنفقه الطائرة في خط الانتظار؟

ج. ما هو احتمال وجود أكثر من ثلاث طائرات على الرصيف؟

س10: في أحد مراكز تصليح الأجهزة الكهربائية، كان معدل وصول الأجهزة جهازًا واحدًا كل (20) دقيقة، ومتوسط عدد الأجهزة في المركز (3) أجهزة في الساعة.

المطلوب:

1- ما هو متوسط الوقت الذي ينفقه الجهاز في الانتظار؟

2- ما هو احتمال أن يكون المركز شاغرًا؟

3- ما هو متوسط عدد الأجهزة في المركز في أي لحظة؟

الفصل السابع

نماذج المخزون

Inventory Control

الأهمية والمفهوم:

تأخذ مشكلة السيطرة على المخزون اهتمامًا متميزًا من إدارة المنظمة؛ وذلك للدور المؤثر الذي يلعبه المخزون في انتظام العملية الإنتاجية، وحماية المنظمة من تقلبات السوق غير المتوقعة، إضافة إلى حجم الأموال المستثمرة في المخزون، والتي تشكل أحيانًا (40%) من رأس المال المستثمر. إنّ هذه النسبة قد تزداد بشكل ملحوظ وتنخفض نسبيًّا حسب نوع الصناعة والظروف الاقتصادية السائدة، وتكمن مشكلة السيطرة على المخزون في تحقيق الموازنة بين تكاليف الاحتفاظ بالمخزون ومخاطرة خفض هذه التكاليف، عن طريق خفض حجم المخزون، واحتمالات مواجهة عدم كفايته لتلبية طلب المستهلكين أو مستلزمات العملية الإنتاجية. وهكذا فإن الهدف الأساسي لإدارة المخزون هو خفض التكاليف الكلية للمخزون إلى أدنى مستوى ممكن، دون التأثير في انتظام العملية الإنتاجية، وتلبية طلبات المستهلكين بالكميات والأوقات المطلوبة.

يعرف المخزون بأنه أي كمية من المواد الأولية الأساسية أو السلع الجاهزة التي تحتفظ بها المنشأة؛ لاستهلاكها أو استخدامها في الوقت الحالي أو المستقبل، ويأخذ المخزون أشكالًا متعددة، مثل المواد الأولية، مواد نصف مصنعة، سلع تامة الصنع، مواد احتياطية، وقود.

ويمكن توضيح أهمية المخزون بما يلي:

1- انتظام العملية الإنتاجية عندما تعتمد مرحلة إنتاجية في نشاطها على انتهاء مرحلة سابقة لها، فعند تعرض المرحلة السابقة لعجز في التجهيز؛ لعطل غير متوقع، يساهم المخزون في انسياب العملية الإنتاجية وعدم توقفها.

2- ضمان مواجهة الطلب الثابت على منتجات المنشأة، مع موسمية عرض المواد الأولية، مثل المنتجات الزراعية، أو أن الطلب موسمي وطاقة الإنتاج

ثابتة، فعندها ستكون سياسة المنظمة هي الإنتاج بمعدلات ثابتة، والاحتفاظ بالمخزون؛ لمواجهة أي زيادة في الطلب، مثال ذلك: إنتاج الثلاجات، والغسالات.

3- مواجهة التقلبات الكبيرة في الأسعار، وخصوصًا للمواد الأولية؛ مما يساعد على استقرار هيكل تكاليفها، والاستفادة من خصم الكمية عند الشراء بكميات كبيرة.

تكاليف المخزون Inventory Costs:

تعتبر تكاليف المخزون من الفقرات الرئيسة المؤثرة في التكاليف الكلية للإنتاج، وخاصة في المنظمات الصناعية، ويمكن تصنيفها إلى ثلاثة أصناف كالآتي:

1-تكاليف الاحتفاظ بالمخزون Holding Costs:

وهي التكلفة التي تتحملها المنظمة نتيجة احتفاظها بالمخزون لفترة زمنية معينة، وترتبط بعلاقة طردية مع حجم المخزون، أي كلما ازداد حجم المخزون تزداد تكاليف الاحتفاظ بالمخزون.

ومن أمثلة هذه التكاليف (تكلفة رأس المال المستثمر في المخزون، تكلفة التأمين على المخزون، تكلفة التقادم والتلف ... إلخ)، وتتراوح كلفة الاحتفاظ بالمخزون بين (15-26%) من سعر الشراء وذلك حسب طبيعة المنشأة.

2-تكلفة إصدار الطلبية Ordering Costs:

وهي التكلفة التي ترتبط بإصدار الطلبيات للمشتريات من الموارد اللازمة لأعمال المنظمة (مواد أولية، تجهيزات ... إلخ)، وتزداد هذه التكلفة بزيادة عدد الأوامر الصادرة (الطلبيات). ومن أمثلة تكاليف إصدار الطلبية: مصاريف الاتصالات (هاتف، فاكس، إنترنت)، أجور الفحص والاستلام، أجور تحديث بيانات التخزين، وكلف فواتير الدفع.

3-تكاليف نفاد المخزون Shortage Costs:

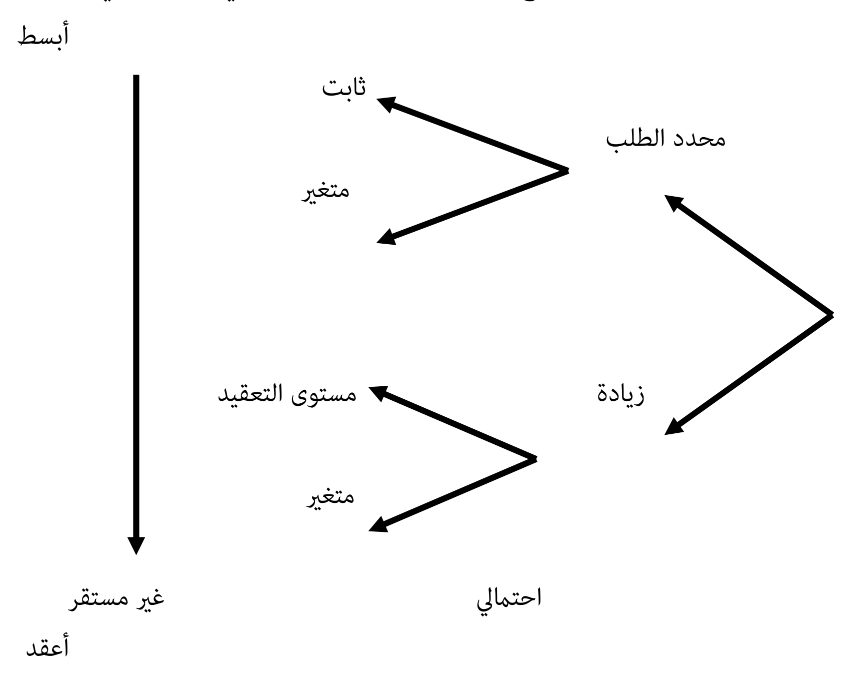
وهي التكلفة التي تنشأ لنفاد المخزون من مادة معينة أو عدة مواد؛ مما يؤدي إلى عجز المنظمة عن تلبية الطلب على منتجاتها. ومن هذه الكلف

(كلف الأجور والمصاريف نتيجة توقف الإنتاج، كلف المبيعات المفقـودة، كلـف البحـث لـشراء مادة بديلة ... إلخ).

إن التكـاليف المـذكورة أعـلاه تتـضمن عنـاصر يـصعب احتـسابها وظهورهـا في الـسجلات المحاسبية، إلّا أن ذلك لا يؤثر -بشكل كبير -على القرارات المتعلقة بإدارة المخزون.

نماذج المخزون Inventory Models:

توجد عدة نماذج للمخزون، تختلف حسب درجة تعقيدها، والتي تتحدد في ضـوء طبيعـة الطلب على العنصر المطلوب تخزينه، هل هذا الطلب محدد وثابت أم أنه طلب احـتمالي. وفي ضوء ذلك يمكن تصنيف النماذج حسب درجة تعقيدها كما في الشكل الآتي:



شكل (7-1) تصنيف النماذج حسب درجة تعقيدها

ومن الشكل السابق يتضح أن نموذج المخزون يزداد تعقيدًا في عمليته الرياضية ومكوناتـه كلما أصبح احتماليًّا وغير مستقر، ومهما تنوعت نماذج المخزون إلّا أنها جميعًا تحاول أن تقـدم دعمًا لمتخذ القرار عند بحثه للإجابة عن سؤالين مهمين يواجهان أي إدارة خزين، وهما:

1- ما هي كمية الطلب الواجب شراؤها لإدامة المخزون؟

2- ما هو التوقيت المناسب لإصدار الطلب؟

والإجابة عن السؤالين ينبغي أن تتحقق من خلال الوصول إلى أقل مجموع تكاليف مرتبطة بالمخزون، وخفض حالات المخزون الفائض، والعجز في المخزون إلى أقل ما يمكن.

ولاختلاف الحالات والافتراضات التي يتم في ضوئها الإجابة عن هذين السؤالين، لا يوجد نموذج عام للمخزون، وإنما عدة نماذج، كل نموذج يتناسب والحالة التي يسعى للمساعدة في تحليلها وتقديم الدعم المناسب لمتخذ القرار.

يترتب على البديل (أ) تحمل المنظمة تكاليف طلب عالية، وعلى البديل (ب) تكاليف خزين عالية. لذلك يحاول النموذج دعم متخذ القرار في إيجاد نقطة التوازن، التي تجعل مجموع تكاليف المخزون (تكلفة المخزون وتكلفة الطلب) أقل ما يمكن.

تعتمد تكلفة التخزين على حجم المخزون، والتي تؤخذ دومًا كنسبة مئوية من قيمة المخزون، أمّا تكلفة الطلب فتعطى كقيمة نقدية، تمثل كلفة إصدار الطلب الواحد.

لاستخدام نموذج كمية الطلب الاقتصادية، ينبغي تحديد نموذج لاحتساب التكاليف الكلية للمخزون، والذي يتضمن ما يلي:

- نفترض أن (Q) تساوي كمية الطلب، والتي على أساسها تتحدد التكاليف الكلية، والتي يجب أن تكون أقل ما يمكن.
- أعلى مستوى للمخزون سيكون (Q) عند وصول الطلبية للمخزن.
- لاحتساب تكلفة التخزين نستخدم متوسط المخزون $\left(\frac{Q}{2}\right)$، ثم نقوم بضرب كلفة تخزين وحدة واحدة لفترة زمنية محددة، قد تكون (سنة، شهرًا، أسبوعًا) -حسب طبيعة عمل المنظمة وسياستها في السيطرة على المخزون -إلا أنه في الغالب تستخدم (السنة) كأساس في عملية الاحتساب.

- نفترض أن I: كلفة التخزين السنوية (نسبة مئوية من قيمة المخزون)؛

C: قيمة الوحدة الواحدة من المخزون.

∴ تكلفة تخزين وحدة واحدة لسنة Holding Cost = C * I = Ch

- لاحتساب تكاليف إصدار الطلبيات السنوية نفترض أن:

D = الطلب السنوي.

عدد الطلبيات في السنة = $\left(\frac{D}{Q}\right)$.

تكلفة إصدار الطلب الواحدة Ordering Cost = Co

∴ تكلفة إصدار الطلبيات السنوية :

(عدد الطلبيات في السنة) × (كلفة الطلب الواحد) =

$$(C_o)\left(\frac{D}{Q}\right)$$

-نفترض أن التكاليف السنوية الكلية = Tc

∴ التكاليف الكلية =

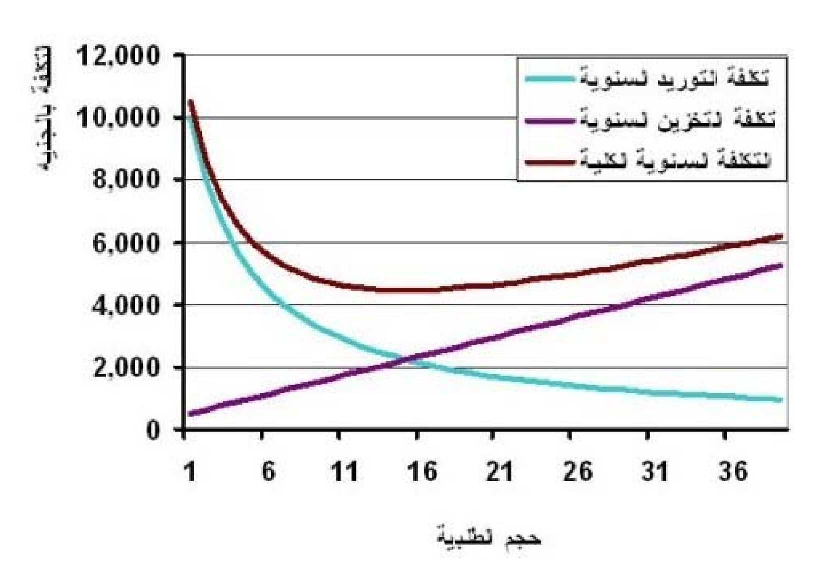
تكلفة التخزين السنوية + تكلفة إصدار الطلبيات السنوية

$$Tc = C_h \frac{1}{2} Q + C_o \frac{D}{Q}$$

وباستخدام التفاضل نجد كمية الطلب (Q) التي تجعل التكاليف الكلية أقل ما يمكن:

$$Q = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}}$$

وتعرف المعادلة أعلاه بمعادلة كمية الطلب الاقتصادية EOQ، ويمكن إيجاد الكمية من خلال الرسم البياني، وكما في الشكل (10-1) بموجب هذه المعادلة تمت الإجابة عن السؤال الأول: ما هي كمية الطلب التي تحقق أقل مجموع تكاليف، وللإجابة عن السؤال الثاني، والمتمثل بالتوقيت المناسب لإصدار الطلب لإدامة المخزون، نفترض ما يلي:



شكل (7-2) تكاليف التخزين وكمية الطلب الاقتصادية

- نقطة إعادة الطلب (Reorder Point RP)، والتي توضح مستوى المخزون الذي عنده يصدر متخذ القرار الأمر بطلبية جديدة، تكون كميتها مساوية لكمية الطلب الاقتصادية (Q^*).

- نفرض أن m = فترة تلبية الطلب؛

d = كمية الطلب ليوم واحد؛

r = نقطة إعادة الطلب؛

∴ نقطة إعادة الطلب RP = (d) (m)

وفي حالة اتباع المنظمة الاحتفاظ بمخزون أمان لمواجهة الحالات الطارئة، فإن نقطة إعادة الطلب تحتسب كالآتي:

$$RP = (d)\ (m) + S$$

-بافتراض أن S = مخزون الأمان.

ولتوضيح كيفية تطبيق نموذج كمية الطلب الاقتصادية (EOQ)، نأخذ المثال الآتي:

مثال تطبيقي:

تبلغ احتياجات إحدى الشركات الصناعية لإحدى القطع اللازمة لإنتاجها (1000) قطعة شهريًا. وبلغت كلفة تخزين الوحدة سنويًا (20%) من قيمتها،

علمًا بأن كلفة الوحدة الواحدة (2.5) جنيه، وأن كلفة إعداد الطلب الواحد (25) جنيهًا، وأن عدد أيام العمل السنوية (250) يومًا، وأن فترة التوريد للطلب (5) أيام.

الحل:

1-مجموع الطلب السنوي على القطعة (12000 0 (1000) (12) = (D قطعة

- تكلفة إصدار الطلب الواحد 25 = C_o جنيهًا.

- تكلفة الاحتفاظ بالمخزون للوحدة 0.5 = (20%) (2.5) = C_h جنيه

- نعوض في المعادلة للحصول على كمية الطلب الاقتصادية:

$$Q = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}} \Rightarrow \sqrt{\frac{2(12000)(25)}{0.5}} \approx 1095$$

2-لتحديد نقطة إعادة الطلب يحتسب أولًا معدل الاستهلاك اليومي (m):

الطلب السنوي = 12000 قطعة.

عدد أيام العمل السنوية = 250 يومًا.

∴ معدل الاستهلاك اليومي = $\frac{12000}{250}$ = 48 قطعة.

نعوض في معادلة نقطة إعادة الطلب:

d) (m) = RP) $\Longrightarrow$ (5) (48) = 240 قطعة

3- التكاليف الكلية للتخزين:

بموجب معدلة التكاليف الكلية تحتسب TC كالآتي:

$$TC = C_o + C_h$$

$$= \frac{D}{Q}C_o + \left(\frac{1}{2}Q\right)C_h$$

$$= \left(\frac{12000}{1095}\right)(25) + \left(\frac{1}{2}\right)(1095)(0.5)$$

= 547.5 جنيهًا

خصم الكمية وأثره في كمية الطلب الاقتصادية:

يمكن فهم خصم الكمية بالاستناد إلى الفكرة التالية المستمدة من الواقع العملي لإحدى المنشآت، وذلك كما يلي:

يخطط مدير المشتريات للحصول على خصم كمية عند الشراء بكميات كبيرة، وهذا يتطلب دراسة أثر الخصم على تكاليف الشراء وعلى تكاليف المخزون، وفي هذه الحالة تدخل كلفة شراء المخزون إلى معادلة التكاليف الكلية للمخزون؛ للمفاضلة بين بدائل الشراء المقترحة؛ حيث تصبح التكاليف الكلية كالآتي:

$$TC = \frac{1}{2} Q\, C_h + \frac{D}{Q} C_o + Dc$$

حيث تمثل C كلفة شراء الوحدة.

ولتوضيح كيفية استخدم خصم الكمية وأثره على كمية الطلب الاقتصادية، نأخذ المثال الآتي:

مثال تطبيقي:

يخطط أحد مدراء المشتريات في إحدى المنظمات الصناعية للاستفادة من خصم الكمية؛ لتحديد حجم المشتريات من إحدى القطع اللازمة للإنتاج، علمًا بأن حجم الطلب السنوي (2000) قطعة، وكان العرض المقدم من أحد المجهزين يتضمن ما يلي:

حجم الطلبية	نسبة الخصم	سعر الوحدة
0 – 129	0	36
130 – 199	%12	32
200 – 299	%17	30
300 -	%23	28

علمًا أن تكلفة الاحتفاظ بالمخزون للوحدة 20% من قيمتها، وتكلفة إصدار الطلب (30) دينارًا.

المطلوب:

تحديد كمية الطلب الاقتصادية التي تحقق أقل مجموع تكاليف.

الحل:

يتم الحل وفق الخطوات التالية:

أولًا: تحدد كمية الطلب الاقتصادية، باستخدام سعر الشراء للوحدة لكل حجم مقترح، أي أننا سنستخرج سعر الشراء للوحدة لكل حجم مقترح، أي سنستخرج (Q) أربع مرات، وسيرمز للمستوى الأول من حجم الطلب بـ Q_1، والثاني Q_2، والثالث Q_3، والرابعQ_4. ثم نستخدم معادلة كمية الطلب الاقتصادية؛ لتحديد كل منهم كالآتي:

$$Q = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}}$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2(2000)(30)}{(0.2-2)(36)}} = 129$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2(2000)(30)}{(0.2-2)(36)}} = 137$$

$$Q_3 = \sqrt{\frac{2(2000)(30)}{(0.2-2)(36)}} = 141$$

$$Q_4 = \sqrt{\frac{2(2000)(30)}{(0.2-2)(28)}} = 146$$

ثانيًا: نقوم بمقارنة (Q) المستخرجة في الخطوة الأولى مع حجم الطلبية المقدم من قبل المجهز، فإذا كانت الكمية المستخرجة في المعادلة مساوية للحد الأدنى لمستوى الطلبية، أو أقل من الحد الأقصى الذي يمكنه من الحصول على الخصم تبقى (Q) كما هي؛ لأغراض احتساب التكاليف الكلية، أمّا إذا كانت (Q) المستخرجة أقل من الحد الأدنى للحصول على خصم الكمية، فتقرب (Q) إلى الحد الأدنى الذي يمكنها من الحصول على خصم الكمية. وبتطبيق هذه القاعدة على المثال الحالي نتوصل إلى الآتي:

1-حجم الطلبية 129 -0 بدون خصم

لا تتضمن أي خصم (لا يتم تعديلها):

$Q_1 = 129$

2-حجم الطلبية 199 - 130 خصم 12%.

يتضمن خصمًا، وتقع ضمن مستويات الخصم المسموح بها (لا يتم تعديلها):

$Q_2 = 137$

3-حجم الطلبية 299 - 200 خصم 17%.

يتضمن خصمًا، ولا تقع ضمن مستويات الخصم المسموح به، لذا:

$Q_3 = 141$

يتم تعديلها بتقريبها إلى الحد الأدنى كالآتي:

$200 \Rightarrow Q_3 = 141$

4-حجم الطلبية - 300 خصم 23%

يتضمن خصمًا، ولا تقع ضمن مستويات الخصم المسموح به:

$Q_4 = 146$؛ لذا يتم تعديلها بتقريبها إلى الحد الأدنى كالآتي:

$300 \Rightarrow Q_4 = 146$

ثالثًا: تحتسب التكاليف الكلية بموجب كميات الطلب التي تم احتسابها في ثانيًا كالآتي:

$$TC = \frac{1}{2} QC_h + \frac{D}{Q} C_o + D_c$$

$$TC_{Q1} = \frac{1}{2}(129)(7.2) + \left(\frac{2000}{129}\right)(30) + (2000)(36) \approx 72930$$

$$TC_{Q2} = \frac{1}{2}(137)(6.4) + \left(\frac{2000}{137}\right)(30) + (2000)(32) \approx 64876$$

$$TC_{Q3} = \frac{1}{2}(200)(6) + \left(\frac{2000}{200}\right)(30) + (2000)(30) \approx 60900$$

$$TC_{Q4} = \frac{1}{2}(300)(5.6) + \left(\frac{2000}{300}\right)(30) + (2000)(28) \approx 57520$$

∴ كمية الطلب الاقتصادية هي (Q 4) وتساوي (300) وحدة؛ لأنها ستحقق للمنظمة أقل مجموع تكاليف.

نموذج كمية الإنتاج الاقتصادية

Economic Production Lot Size Model

يستخدم هذا النموذج لوضع نظام التخزين للمخازن في المنظمات التي تقوم بتصنيع الوحدات داخل المنظمة، ويهدف هذا النموذج إلى الإجابة عن أسئلة متخذ القرار:

كم يجب أن نطلب ومتى يجب أن نطلب، ويفترض في هذا النموذج أن الطلب ثابت، وأن كميات الإنتاج تصل إلى المخازن على دفعات، وبمستوى ثابت كل يوم أو أسبوع (كل مدة تصل الكمية نفسها).

كما يفترض النموذج أن مستوى الإنتاج يمكن المنظمة من تلبية الطلب بالكامل، أي أن الكمية المنتجة يومياً أكبر من الكمية المطلوبة، وبالتالي فإن حجم المخزون يرتفع يوميًا خلال فترة الإنتاج. ويبدأ المخزون بالتناقص تدريجيًا حتى بداية دورة إنتاجية جديدة. ويمكن توضيح حركة الإنتاج والمخزون كما في الشكل (10-1).

تتمثل التكاليف الكلية في هذا النموذج بكلفة التخزين وكلفة إصدار الطلب، إلا أن كلفة الطلب تسمى كلفة تجهيز الإنتاج (Production Setup Cost)، وتتضمن أجور العمل، المواد الأولية، كلفة الإنتاج الضائع أثناء تهيئة المكائن للإنتاج.

لاحتساب التكاليف الكلية نفترض ما يلي:

Q = الكمية المنتجة، ولاحتساب كلفة التخزين نأخذ متوسط الكميات المنتجة، وبما أن Q لا تدخل إلى المخازن دفعة واحدة، أي أن مستوى المخزون لن يصل في كل الأحوال إلى Q.

ولاحتساب متوسط المخزون -والذي يأخذ $\frac{1}{2}$ أقصى مخزون -ينبغي أن يحدد أعلى مستوى للمخزون بعد أن تستكمل الفرضيات التالية:

d = الطلب اليومي على المنتوج.

P = مستوى الإنتاج اليومي.

t = عدد أيام الإنتاج في الدورة الواحدة.

وطبقًا لفرضيات النموذج، فإن (P) أكبر من (d)، وبالتالي فإن حجم الفائض لإنتاج يوم واحد سيساوي (P-d)، والذي يمثل مستوى الزيادة في مستوى المخزون يوميًا، وهذا يعني أن مستوى المخزون في نهاية دورة الإنتاج يتمثل بـ:

$(P - d)\ (t)$

- وأن كمية الإنتاج: $Q=(P)(t)$

- وطول فترة الإنتاج: $t=\frac{Q}{P}$

∴ أقصى مخزون = $(P-d)t=(P-d)\frac{Q}{P}=\left(1-\frac{d}{P}\right)Q$

∴ متوسط المخزون هو نصف أقصى المخزون = $\frac{1}{2}(1-\frac{d}{P})\,Q$

- تكلفة التخزين السنوية للوحدة $IC = C_h$

∴ تكلفة التخزين السنوية = (كلفة التخزين السنوية للوحدة) × (متوسط المخزون)

$$= \frac{1}{2}\left(1-\frac{d}{P}\right)QC_h$$

-الطلب السنوي على المنتوج (D) وC_o تكلفة تجهيز الإنتاج لمرة واحدة.

∴ تكلفة التجهيز السنوية =

(كلفة التجهيز لمرة واحدة) × (عدد مرات الإنتاج)

$$= \frac{D}{Q} C_h$$

-وبالتالي فإن التكاليف الكلية = كلفة التجهيز السنوية + كلفة التخزين السنوية

$$TC = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{d}{P}\right) QC_h + \left(\frac{D}{Q}\right)(C_o)$$

- نفترض أن عدد أيام العمل السنوية 250 يومًا؛ لذلك فإن الطلب اليومي = الطلب السنوي ÷ 250 =

$$\therefore \; d = \frac{D}{250}$$

وإذا كانت P هي الإنتاج السنوي، فإن مستوى الإنتاج اليومي:

$$P = \frac{P}{250}$$

إذًا:

$$\frac{d}{P} = \frac{\frac{D}{250}}{\frac{P}{250}} = \frac{D}{P}$$

وبالتالي، فإن معادلة التكاليف الكلية ستكون كالآتي:

$$TC = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) QC_h = \frac{D}{C_h} C_o$$

وباستخدام التفاضل نحصل على:

$$Q = \sqrt{\frac{2DC_0}{\left(1 - \frac{D}{P}\right) C_h}}$$

ويمكن توضيح كيفية تطبيق العلاقة أعلاه كما في الأمثلة التالية:

مثال رقم (1):

يبلغ الطلب السنوي على إحدى المنتجات الكهربائية (4000) قطعة، ويتوقع أن يكون ثابتًا خلال دورة الإنتاج، وثمن الجهاز الواحد (20) دينارًا، وتقدر كلفة تجهيز المكائن للإنتاج (75) دينارًا، وكلفة التخزين للوحدة (15%) بالسنة، وكانت طاقة الإنتاج السنوية (12000) جهاز. باستخدام نموذج كمية الإنتاج الاقتصادية حدد ما يلي:

1- كمية الإنتاج الاقتصادية.

2- أقصى مستوى للتخزين ومتوسط التخزين.

3- التكلفة الكلية السنوية.

الحل:

$$D = 4000$$

$$C_h = (0\text{-}15)\ (20) = 3$$

$$C_o = 75$$

$$P = 1200$$

-1

$$Q = \sqrt{\frac{2DC_0}{\left(1 - \frac{D}{P}\right)C_h}}$$

$$= \sqrt{\frac{(2)(400)(75)}{\left(1 - \frac{400}{12000}3\right)}} \approx 548$$

2-أقصى مستوى للمخزون = $\left(1 - \frac{D}{P}\right)Q$

$$\left(1 - \frac{4000}{12000}\right)(748) = 498$$

متوسط المخزون = نصف أقصى المخزون

$$= \frac{1}{2}498$$

$$= 249$$

3-التكلفة الكلية السنوية:

$$TC = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) QC_h + \frac{D}{Q} C_o$$

$$= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{4000}{12000}\right)(548)(3) + \left(\frac{4000}{548}\right)(75)$$

548 + 547 = 1095

مثال رقم (2):

تشتري إحدى الشركات الصناعية إحدى القطع اللازمة لمنتوجها من أحد الموردين، وكانت احتياجاتها الشهرية (1000) قطعة، وكلفة إعداد الطلبية الواحدة (25) دينارًا، وكلفة الاحتفاظ بوحدة واحدة (20%) من قيمتها، وكانت كلفة الوحدة الواحدة (2.5) جنيه، وكانت فترة التوريد للطلب الواحد (5) أيام، وعدد أيام العمل السنوية (250) يومًا.

المطلوب:

1- تحديد كمية الطلب الاقتصادية (EOQ).
2- تحديد نقطة إعادة الطلب (RP).
3- تحديد إجمالي تكاليف الإصدار وتكاليف الاحتفاظ.
4- ما هو العدد الأقل للطلبيات؟

الحل:

1- $EOQ = \sqrt{\frac{2(12000)(25)}{0.5}} = 1095.4$

2- R. P = 240

3- $TC = \left(\frac{1095.4}{2}\right)(0.5) + \left(\frac{12000}{1095.4}\right)(25) = 547.6$

4- العدد الأقل للطلبيات $= \frac{12000}{1095.4} = 10.95 \approx$ الطلبية

مثال رقم (3):

كان الطلب السنوي لمشتريات إحدى المنظمات التجارية (208000) وحدة وكان سعر الوحدة (10) جنيهات، وكلفة تجهيز الطلبية الواحدة (40) جنيهًا، وكلفة الاحتفاظ بوحدة واحدة (25%).

المطلوب:

1- تحديد كمية الطلب الاقتصادية.

2- إذا علمت أن فترة التوريد (2) يومان، وعدد أيام العمل السنوية (250) يومًا، ما هي نقطة إعادة الطلب؟

3- تحديد التكاليف الكلية للتخزين.

الحل:

$$Q = \sqrt{\frac{(2)(208000)(40)}{2.5}} = 2579.9$$

$$RP = \left(\frac{208000}{250}\right)(2) = 1664$$

$$TC = \left(\frac{2579.9}{2}\right)(2.5) + \left(\frac{208000}{2579.9}\right)(40) = 6449.8$$

أسئلة الفصل السابع

س1: وضح مفهوم وأهمية المخزون.

س2: ما هي أنواع تكاليف المخزون؟، مبينًا علاقة كل نوع مع حجم المخزون.

س3: بين أثر نوع الطلب من حيث كونه محددًا أو احتماليًّا على نماذج المخزون من حيث البساطة والتعقيد.

س4: وضح أهمية نموذج كمية الطلب الاقتصادية، مبينًا الحالات العملية التي ينطبق عليها النموذج.

س5: ما هي افتراضات نموذج كمية الإنتاج الاقتصادية؟

س6: مخزن للأدوات الاحتياطية، يبلغ الطلب السنوي على إحدى القطع (100000) قطعة، وكلفة إعداد الطلب الواحد (10) جنيهات، وكلفة الاحتفاظ بالمخزون لوحدة واحدة (25%) من سعر الوحدة الواحدة، والذي يبلغ (1) دينار. المطلوب تحديد عدد الطلبيات التي يقوم بإعدادها المخزن سنويًّا لتلبية احتياجاته السنوية.

المطلوب:

1- تحديد كمية الطلب الاقتصادية.

2- تحديد إجمالي التكاليف المرتبطة بالمخزون.

س7: يبلغ الطلب السنوي في إحدى المخازن التجارية (50000) وحدة وذلك لأحد مساحيق الغسيل، وبلغت كلفة إعداد الطلب الواحد (8) جنيهات، وكانت كلفة الوحدة الواحدة (2) جنيهان، وكلفة الاحتفاظ السنوية للوحدة (20%)، وكان عدد أيام العمل السنوية 250 يومًا، وفترة التوريد للطلب الواحد (4) أيام.

المطلوب:

1- تحديد كمية الطلب الاقتصادية EOQ.

2- تحديد نقطة إعادة الطلب RP.

3- حساب إجمالي التكاليف.

س8: تلقت إحدى الشركات التجارية عرضًا من الشركة الموردة لإحدى المواد، يتضمن خصمًا بنسبة (3%) في حالة شراء الشركة (1000) وحدة أو أكثر، فإذا علمت أن كمية الطلب السنوي (5000) وحدة، وكلفة الوحدة الواحدة (250) جنيهًا، وكلفة إعداد الطلبية (125) جنيهًا، وكلفة الاحتفاظ السنوية للوحدة الواحدة (20%).

المطلوب: تقييم العرض وبيان الحجم الأمثل للطلبية.

س9: تستخدم إحدى شركات المشروبات الغازية عددًا كبيرًا من الصناديق لتعبئة وتخزين قناني المشروبات الغازية، تقدم أحد المُصنِّعين لهذه الشركة بالعرض التالي:

كمية الطلب	سعر الصندوق
500-1	10
1000-501	9.5
1500-1001	9.15
1501 فأكثر	9

وكان متوسط استخدام الصناديق في السنة 1650، وكلفة إعداد الطلبية الواحدة (12.5 جنيهًا، وكلفة الاحتفاظ بالمخزون (18%).

المطلوب تحديد كمية الطلب الاقتصادية.

س10: تقوم إحدى الشركات المتخصصة بتصنيع أجهزة تكبير الصوت على خط إنتاج مستمر، وبمعدل (8000) جهاز في الشهر، وكانت كلفة إعداد وتشغيل الخط (12000) جنيه، وكلفة الاحتفاظ بوحدة واحدة (3) جنيهات في الشهر، وكان الطلب السنوي (60000) وحدة، وثمن الوحدة الواحدة (15) جنيهًا.

المطلوب:

1- تحديد كمية الإنتاج الاقتصادية.

2- الكلفة الكلية السنوية.

المصادر والمراجع

أولًا: المصادر العربية:

- عاصم عبد الرحمن الشيخ، **بحوث العمليات**، عمان، دار المناهج، 1999م.
- نعيم نصير، **أساليب التحليل الكمي في الإدارة**، دمشق، دار الوثبة، 1985م.
- مؤيد عبد الحسين الفضل، **بحوث العمليات**، عمان، دار زهران، 1999م.
- ريتشارد برونو، **بحوث العمليات**، ترجمة حسن حسني الفياري، القاهرة، الدار الدولية للنشر والتوزيع، 1988م.
- حمدي طه، **مقدمة في بحوث العمليات**، ترجمة أحمد حسين علي حسين، الرياض، دار المريخ للنشر، 1996م.
- مؤيد عبد الحسين الفضل وآخرون، **بحوث العمليات**، عمان: دار زهران، 1999م.
- محمود محمد المنصوري: **الأساليب الكمية لاتخاذ القرارات الإدارية**، بنغازي: منشورات المعهد العالمي للعلوم الإدارية والمالية، 1989م.
- ريتشارد برونسون، **بحوث العمليات**، ترجمة حسن حسني الغباري، القاهرة، الدار الدولية للنشر والتوزيع، 1988م.
- محمد محمد كعبور، **أساسيات بحوث العمليات**، القاهرة: المكتبة الأكاديمية، 1991م.
- نعيم نصير، **أساليب التحليل الكمي في الإدارة**، دمشق: دار الوثيقة، 1985م.
- حمدي طه، **مقدمة في بحوث العمليات**، ترجمة أحمد حسين علي حسين، الرياض: دار المريخ للنشر، 1996م.
- عبد ذياب جزاع، **بحوث العمليات**، بغداد: جمعية بغداد، 1985م.
- الصباح عبد الرحمن، **مبادئ الرقابة الإدارية**، عمان: دار زهران 1997م.
- عبيرات سليمان خالد، **إدارة الإنتاج والعمليات**، منشورات الجامعة الأردنية، 1999م.
- العلي إبراهيم، **بحوث العمليات**، اللاذقية: منشورات جامعه تشرين.
- علي حمدي فؤاد، **الاتجاهات الحديثة في الإدارة، البرمجة الخطية**، بيروت، دار النهضة العربية، 1982م.

- موفق محمد الكبيسي، "**بحوث العمليات**"، عمان: دار الحامد، 1999م.
- مؤيد عبد الحسين الفضل وآخرون، "**بحوث العمليات**"، عمان: دار زهران، 1999م.
- منعم زمرير، "**الأساليب الكمية في الإدارة**"، عمان: دار زهران، 1993م.
- نعيم نصير، **أساليب التحليل الكمي في الإدارة**، دمشق: دار الوثبة، 1985م.
- عاصم عبد الرحمن الشيخ، "**بحوث العمليات**"، عمان: دار المناهج، 1999م.
- محمد محمد كعبور، "**أساسيات بحوث العمليات**"، القاهرة: المكتبة الأكاديمية، 1992م.
- حيدر محمد فريحات، "**بحوث العمليات**"، عمان: دار الفكر، 1998م.
- محمد نور برهان وآخرون، "**بحوث العمليات**"، عمات: جامعة القدس المفتوحة، 1998م.
- ماضي محمد توفيق، **تخطيط ومراقبة الإنتاج؛** الإسكندرية، المكتب العربي الحديث، 1992م.

ثانيًا: المصادر الأجنبية:

- Sang. Lee, Micro Management Science, Lowa: Wm. C Bron Publishers, 1986.
- Barry, Render, Quantitative Analysis for Management, New Jersey; Pearson Education, Inc, 2003.
- David, R. Anderson, An Introduction to Management Science, Ohio: Southern-Western, 2003.
- Lee, Sang, Micro Management Science, Lowai W. M. C. Brown Publishers, 1986.
- Barry, Render, Quantities Analysis for Management, New Jersey: Pearson Education, Inc. 2003.
- David R., Anderson, An Introduction to Management Science, Ohio, South-Western, 2003.
- Barry Render, Management Decision Modeling, New Jersey: Pearson Education, Inc., 2003.
- David R. Anderson, Quantitative Methods for Business, Ohio; South-Western, 2001.
- David Anderson, An Introduction to Management Science, Ohio; South-Western, 2003.
- Barry Render, Quantitative Analysis for Management, New jersey: Pearson Education, Inc., 2003.
- Barry Render, Management Decision Modeling, New jersey: Pearson Education, Inc., 2003.

الفهرس

الموضوع	الصفحة

هذا الكتاب

يستند منهج بحوث العمليات إلى الطريقة العلمية لدراسة المشكلات وإيجاد الحلول المناسبة لها، وتعتمد الطريقة على الملاحظة العلمية والقياس وتحديد المتغيرات، وكذلك بناء النماذج التي تمثل الظاهرة التي تجري دراستها، واستخدامها في دراسة الحلول البديلة وتقويمها، كما تقوم على تكوين الفرضيات واختيارها، وبالتالي التوصل إلى تفسير الظاهرة قيد الدرس، وتستخدم بحوث العمليات هذه الطريقة كأداة للبحث؛ نظرًا لأهميتها في الوصول إلى تحديد صحيح للمشكلة أو العملية قيد البحث، وما تقدمه كذلك من أدوات علمية للكشف عن المتغيرات المختلفة، وتحديد آثارها وإنتاجها.

إن أساليب بحوث العلميات تمثل للمدير المحترف الرؤية المتعمقة والمنهج العلمي للتعامل مع المشكلات التي يواجهها، واتخاذ القرارات الرشيدة لحلها.

ونظرًا لأهمية أساليب بحوث العمليات في حل العديد من المشاكل التي تواجه منشآت الأعمال، فإنه يتعين على المحاسب أن يلم إلمامًا كافيًا بهذه الأساليب وكيفية تطبيقها والاستفادة منها في تحليل البيانات المحاسبية، وتقديمها للإدارة بالشكل الذي يساعدها في ترشيد القرارات الإدارية المختلفة، ومن هذا المنطلق يقدم هذا الكتاب شرحًا مبسطًا لبعض أساليب بحوث العمليات، بطريقة تمكن الطالب من فهم كل أسلوب، ومعرفة كيفية استخدامه. ويتناول هذا الكتاب نشأة بحوث العمليات وتطورها وتناول البرمجة الخطية والمسار الحرج وتحدث عن أسلوب مراجعة وتقييم البرامج – بيرت وتناول نماذج النقل وأيضاً تناول خطوط الانتظار ونماذج المخزون.

وفي الختام، فإننا نضع بين أيدي طلبتنا الأعزاء هذا الجهد الذي قدمه الأستاذ الفاضل مؤلف الكتاب نرجو له دوام الصحة لننهل من بحر علمه ما نستطيع، وهو محاولة من قبله للإسهام في تزويد المكتبة العربية بكتاب في ميادين الإدارة.

سائلين الله التوفيق والسداد للجميع،،،

الناشر





الأكاديمية الحديثة للكتاب الجامعي

82ش وادي النيل ـ المهندسين ـ القاهرة ـ الجيزة
تليفاكس: 33034561ـ01221734593
Email:m.academyfub@yahoo.com